

**THÈSE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

École Doctorale des Sciences de l'Environnement d'Île-de-France :

Présentée par

**Ludivine Oruba**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

**RÔLE DE L'ENVIRONNEMENT GRANDE ÉCHELLE  
DANS LA CANALISATION ET L'INTENSIFICATION DES  
TEMPÊTES**

soutenue le 31 octobre 2012

devant le jury composé de :

M. Jean-Pierre Chaboureau	Rapporteur
M. Guillaume Lapeyre	Directeur de thèse
M. Bernard Legras	Examineur
M. John Methven	Examineur
M. Yves Morel	Rapporteur
M. Gwendal Rivière	Co-directeur de thèse
M. Vladimir Tseitline	Examineur



Cette thèse a été préparée au sein du :

Laboratoire de Météorologie Dynamique  
Ecole Normale Supérieure  
24, rue Lhomond  
75231 Paris Cedex 05  
France





## Remerciements

Je remercie avant tout Guillaume Lapeyre qui a dirigé mes recherches pendant ces trois années. Je lui suis très reconnaissante de m'avoir encadrée comme il l'a fait, avec générosité et rigueur. Je tiens à le remercier de m'avoir accordé sa confiance et tout l'appui dont j'ai pu avoir besoin.

Je remercie chaleureusement Gwendal Rivière qui m'a également encadrée dans ce projet. Je lui suis très reconnaissante de m'avoir fait découvrir le monde des tempêtes et je le remercie en particulier pour son soutien et sa patience.

Je suis reconnaissante à Jean-Pierre Chaboureau et Yves Morel d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse et je remercie John Methven, Bernard Legras et Vladimir Tseitline qui ont accepté de faire partie de mon jury.

Je remercie l'ensemble des membres du Laboratoire de Météorologie de l'Ecole Normale Supérieure pour m'avoir accueillie. Un grand merci à Marie-Christine Roos pour son humanité et sa gentillesse ainsi qu'à Mathieu Perrault qui a su résoudre avec brio chacun de mes problèmes informatiques. Je remercie aussi particulièrement Mohamed Jarak et François Gay-Balmaz pour leur générosité.

Mes remerciements vont également à l'ensemble des doctorants, stagiaires et post-doctorants que j'ai pu côtoyer pendant ces trois années, avec une pensée particulière pour Pauline Maury et Maximilien Bolot.

Enfin, je remercie mes proches pour leur amour et leur soutien indéfectible.



## Résumé

L'objectif de cette thèse est de mieux comprendre la traversée du courant-jet de son côté chaud vers son côté froid par un certain nombre de tempêtes des moyennes latitudes. En effet, on a observé que ces tempêtes croissent de manière explosive juste après cette traversée, d'où l'intérêt porté à la question de la traversée. On se demande par quel mécanisme la structure spatialement inhomogène du courant-jet influence, au-delà de l'instabilité barocline, la trajectoire et le creusement des dépressions de surface pendant la traversée du jet.

On étudie d'abord, dans un cadre numérique barotrope idéalisé, comment les effets de déformation grande échelle modulent le déplacement méridien d'un tourbillon cyclonique. Ce déplacement est, en premier lieu, dû à l'effet non linéaire du gradient méridien de la vorticité potentielle grande échelle (concept de  $\beta$ -drift, connu dans le contexte des cyclones tropicaux et des tourbillons océaniques). On montre que les effets de déformation renforcent l'anticyclone qui est créé par la génération d'ondes de Rossby due à la présence du gradient de vorticité potentielle, et avec lequel le tourbillon cyclonique interagit. Puis on généralise ce mécanisme à une atmosphère barocline en étudiant la traversée par un tourbillon cyclonique de surface d'un courant-jet avec méandres et instable barocliniquement, dans un modèle à deux couches. On montre qu'un gradient de vorticité potentielle barotrope positif induit un fort anticyclone d'altitude, responsable de la traversée du jet par le tourbillon de surface avec lequel il interagit. En outre, le cycle de vie énergétique d'un tourbillon idéalisé subissant les effets de la déformation est similaire à celui de certaines tempêtes réelles, avec notamment une intensification juste après la traversée du jet.

**Mots clés :** cyclogénèse, non-linéarités, vorticité potentielle, déformation, interaction barocline

## Summary

This thesis aims to a better understanding of the crossing of the jet-stream from its warm side to its cold side by a number of mid-latitude winter storms. Indeed, these storms were observed to experiment an explosive growth phase just after the crossing, which justifies the importance of the crossing issue. We investigate how the inhomogeneous spatial structure of the large-scale jet-stream affects, beyond baroclinic instability, the trajectory and the deepening of surface depressions during the jet crossing.

First we study, in a barotropic numerical idealized context, how the large-scale deformation effects modulate the meridional displacement of a cyclonic eddy. This displacement is primarily due to the nonlinear effect of the meridional gradient of the large-scale potential vorticity gradient (called  $\beta$ -drift, known in the context of tropical cyclones and ocean eddies). It is shown that the deformation effects reinforce the anticyclone created by the Rossby wave radiation due to the potential vorticity gradient, and with which the cyclonic eddy interacts. Then this mechanism is generalized to a baroclinic atmosphere by studying the crossing by a cyclonic surface eddy of a meandering and baroclinically unstable jet-stream, within a two-layer model. It is shown that a positive barotropic potential vorticity gradient induces a strong altitude anticyclone which is responsible for the crossing of the jet by the surface eddy with which it interacts. In addition, the energetic life cycle of an idealized eddy undergoing the deformation effects appears to be similar to those of some real storms, including intensification just after jet crossing.

**Key words :** cyclogenesis, nonlinearity, potential vorticity, deformation, baroclinic interaction

# Table des matières

<b>Préambule</b>	<b>13</b>
<b>1 La cyclogénèse des moyennes latitudes</b>	<b>15</b>
1.1 La circulation des moyennes latitudes . . . . .	15
1.2 Les mécanismes de formation des dépressions . . . . .	17
1.2.1 La théorie du front polaire . . . . .	18
1.2.2 L'instabilité barocline . . . . .	19
1.2.3 La frontogénèse . . . . .	20
1.3 Les théories de l'instabilité barocline . . . . .	21
1.3.1 Instabilité linéaire . . . . .	22
1.3.2 Interaction d'ondes de Rossby . . . . .	23
1.3.3 Equation omega . . . . .	26
1.3.4 Vision énergétique . . . . .	29
1.4 Régionalisation de la cyclogénèse . . . . .	30
1.4.1 L'instabilité barotrope modale et la croissance transitoire . . . .	31
1.4.2 Sensibilité des ondes baroclines aux composantes barotropes de l'écoulement . . . . .	32
1.4.3 Un écoulement inhomogène particulier : le rapide de vent (jet streak) . . . . .	33
1.5 Motivations et objectifs de la thèse . . . . .	36
<b>2 Trajectoire des perturbations cycloniques dans un environnement barotrope</b>	<b>39</b>
2.1 Effet du gradient méridien de PV sur la trajectoire des cyclones tropicaux et des tourbillons océaniques . . . . .	40
2.1.1 Le beta-drift des cyclones tropicaux . . . . .	40
2.1.1.1 Rôle du gradient de vorticité planétaire . . . . .	40
2.1.1.2 Rôle du gradient de vorticité relative de l'environnement	45
2.1.1.3 Rôle du cisaillement du vent de l'environnement . . . .	46
2.1.2 Le beta-drift des tourbillons océaniques . . . . .	47
2.1.3 Etudes expérimentales . . . . .	48
2.2 Etudes de la traversée d'un courant-jet par une structure tourbillonnaire	49
2.3 Effet du champ de déformation grande échelle sur les structures tourbillonnaires . . . . .	52
2.3.1 Etudes en dynamique des fluides géophysiques . . . . .	52
2.3.2 Propriétés du champ de déformation grande échelle . . . . .	53

2.4	Etude numérique du déplacement des perturbations cycloniques vers le nord dans un environnement barotrope . . . . .	59
2.4.1	Introduction à l'article . . . . .	59
2.4.2	Article : <i>On the Northward Motion of Midlatitude Cyclones in a Barotropic Meandering Jet</i> . . . . .	59
2.4.3	Récapitulatif des résultats de l'article I . . . . .	78
2.4.4	Nos résultats dans un contexte plus général : discussion . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Traversée d'un courant-jet barocline par les perturbations cycloniques de surface</b>	<b>85</b>
3.1	Etudes du beta-drift dans un environnement barocline . . . . .	86
3.1.1	Contexte des cyclones tropicaux . . . . .	86
3.1.1.1	Cas d'une structure tourbillonnaire barocline dans un environnement au repos . . . . .	86
3.1.1.2	Effet du cisaillement vertical de l'environnement sur la trajectoire d'un cyclone tropical . . . . .	87
3.1.2	Contexte océanique . . . . .	90
3.1.2.1	Effet de la structure verticale des tourbillons sur leur trajectoire . . . . .	90
3.1.2.2	Effet du cisaillement vertical de l'environnement sur la trajectoire des tourbillons (effet $\beta$ barocline) . . . . .	91
3.1.2.3	Traversée d'un jet par un tourbillon . . . . .	92
3.1.3	Contexte des moyennes latitudes . . . . .	92
3.2	Etude numérique de la traversée d'un courant-jet instable barocliniquement par les perturbations cycloniques de surface . . . . .	96
3.2.1	Introduction à l'article . . . . .	96
3.2.2	Article II : <i>On the Northward Motion of Midlatitude Cyclones in a Baroclinic Meandering Jet</i> . . . . .	96
3.2.2.1	The numerical framework . . . . .	96
3.2.2.1.a	The baroclinic model . . . . .	96
3.2.2.1.b	The initial perturbations . . . . .	97
3.2.2.2	Horizontally uniform zonal flow . . . . .	98
3.2.2.3	Case of a spatially meandering jet . . . . .	100
3.2.2.3.a	Basic set up . . . . .	100
3.2.2.3.b	Evolution of two cases . . . . .	103
3.2.2.3.c	Statistical study . . . . .	111
3.2.3	Récapitulatif des résultats de l'article II et discussion . . . . .	115
3.2.4	Compléments à l'article II . . . . .	119
3.2.4.1	Autres initialisations de l'écoulement perturbé . . . . .	119
3.2.4.2	Autre diagnostic de vitesse . . . . .	126
3.2.4.3	Conséquences des mécanismes de déformation sur la traversée . . . . .	127
3.2.4.4	Sensibilité aux paramètres de forme du courant-jet . . . . .	128
3.3	Relation entre la trajectoire et le bilan énergétique des perturbations cycloniques de surface . . . . .	137

---

3.3.1	Equations du bilan énergétique . . . . .	137
3.3.1.1	Equations d'évolution des énergies cinétique et potentielle perturbées . . . . .	137
3.3.1.2	La conversion barotrope . . . . .	139
3.3.1.3	La conversion barocline . . . . .	140
3.3.1.4	Cas du modèle à deux couches . . . . .	141
3.3.2	Résultats pour les deux simulations présentées dans l'article II .	142
3.3.2.1	Discussion globale du bilan d'énergie cinétique dans les simulations . . . . .	143
3.3.2.2	Discussion sur la conversion barotrope . . . . .	146
3.3.2.3	Bilan associé à l'énergie potentielle perturbée . . . . .	148
3.3.3	Discussion sur l'interprétation en terme de jet streak . . . . .	149
<b>Conclusion générale</b>		<b>153</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>159</b>





# Préambule

Le climat et la météorologie des moyennes latitudes sont gouvernés par les dépressions des moyennes latitudes. Lorsqu'elles évoluent vers des structures plus puissantes avec des vents supérieurs à  $90 \text{ km.h}^{-1}$ , on parle de tempêtes : de tels systèmes météorologiques peuvent alors provoquer des dégâts considérables, notamment lorsqu'ils arrivent sur les terres. Fin décembre 1999, la France et ses pays voisins ont connu l'un des pires événements tempétueux du vingtième siècle : les tempêtes Lothar et Martin, associées à des vents d'une rare violence (rafales à près de  $260 \text{ km.h}^{-1}$  enregistrées en Allemagne), ont provoqué près d'un centaine de morts en Europe et le montant des dommages matériels s'est élevé à plus de 10 milliards d'euros sur toute l'Europe. Depuis, la France a été touchée par plusieurs tempêtes dont Xynthia, fin février 2010. Cette tempête ne présentait en fait pas de caractère exceptionnel (vitesses maximales de vent de  $160 \text{ km.h}^{-1}$  sur le littoral), mais elle a été l'une des plus meurtrières depuis les deux tempêtes de décembre 1999 en raison de la concomitance de ce phénomène avec une forte marée, expliquant une montée des eaux qui a eu des conséquences dramatiques sur les vies humaines et les biens puisqu'on a dénombré près de 70 victimes et des dégâts estimés à 1 milliard d'euros.

Une dépression atmosphérique correspond à un minimum local de pression au niveau de la mer, associé à des vents tournant dans le sens cyclonique autour de ce minimum. Elle est caractérisée par un système nuageux s'enroulant autour du centre dépressionnaire et qui s'étend sur un millier de kilomètres environ, et par des fronts froids et chauds associés à des précipitations. La source d'énergie principale des dépressions des moyennes latitudes est le contraste de température entre les tropiques et les pôles : leur développement, lié à ce contraste, est aussi appelé mécanisme d'instabilité barocline. Cette différence de température est associée à de puissants vents d'altitude, soufflant d'ouest en est, appelés courants-jets et qui sont plutôt localisés à l'ouest des bassins océaniques de l'hémisphère nord. C'est dans ces régions que naissent et se développent la majorité des dépressions des moyennes latitudes. Cependant, leur cycle de vie n'est pas exactement localisé le long de ces courants-jets d'ouest mais le long de ce que les synopticiens désignent comme les rails dépressionnaires (ou storm-tracks), qui caractérisent la région privilégiée où les dépressions naissent, vivent et meurent.

Si le développement des tempêtes a été étudié depuis le début du vingtième siècle, mieux comprendre la trajectoire et le cycle de vie des dépressions au sein des storm-tracks reste l'un des objectifs majeurs en météorologie des moyennes latitudes. Des campagnes météorologiques y ont été consacrées, comme l'expérience FASTEX (Fronts

and Atlantic Storm-Track Experiment) menée sur la période janvier-février 1997 pour étudier le storm-track Nord-Atlantique. Notre étude est motivée par le fait que plusieurs des tempêtes ayant frappé l'Europe de l'Ouest ces dernières années ont traversé le courant-jet grande échelle de son côté sud vers son côté nord tout en connaissant une phase d'intensification très rapide juste après la traversée du courant-jet. En effet, beaucoup de questions restent ouvertes concernant ces observations, peu d'auteurs semblant avoir approfondi le fait que les tempêtes des moyennes latitudes traversent le courant-jet de l'équateur vers les pôles. Par quels mécanismes cette traversée est-elle gouvernée ? Comment le courant-jet grande échelle, au-delà des processus d'instabilité à l'origine de la formation des dépressions, influence-t-il la trajectoire et la croissance explosive des tempêtes à la traversée ? Autant de questions qui motivent mon travail de thèse.

Plusieurs études ont montré que le champ de déformation du courant-jet grande échelle, combiné aux non-linéarités, jouerait un rôle majeur sur la traversée et le creusement des dépressions de surface. En outre, les études sur la trajectoire des cyclones tropicaux et des tourbillons océaniques ont permis d'expliquer le déplacement méridien des structures tourbillonnaires dans ces contextes, désigné sous le concept de  $\beta$ -drift en dynamique des fluides géophysiques. L'idée de notre travail est donc de mettre en lumière le mécanisme par lequel le champ de déformation de l'environnement grande échelle agit sur le  $\beta$ -drift des dépressions dans l'atmosphère barocliniquement instable des moyennes latitudes.

Le **chapitre 1** est une présentation générale de la cyclogénèse des moyennes latitudes. Il décrit les différents mécanismes proposés pour la formation des dépressions puis il détaille celui qui se révèle être le plus important, à savoir le mécanisme d'instabilité barocline. La question de la régionalisation de la cyclogénèse du fait des inhomogénéités horizontales de l'écoulement grande échelle est ensuite évoquée. A la lumière de ces deux aspects essentiels de la cyclogénèse, on explicite alors la problématique qui motive notre travail.

Le **chapitre 2** est consacré à l'étude de la trajectoire des perturbations cycloniques dans un environnement barotrope (c'est-à-dire uniforme sur la verticale). Dans un contexte barotrope, on étudie numériquement l'effet de la déformation des structures tourbillonnaires sur leur trajectoire afin d'élucider le mécanisme par lequel les effets de déformation se combinent au  $\beta$ -drift.

Enfin, le **chapitre 3** a pour objet de généraliser à une atmosphère barocline le mécanisme identifié dans un cadre barotrope, à travers l'étude numérique idéalisée de la traversée d'un courant-jet barocline par une perturbation cyclonique de surface.

Une conclusion générale dresse le bilan des résultats obtenus et donne un aperçu des perspectives qui s'offrent au terme de cette thèse.

# Chapitre 1

## La cyclogénèse des moyennes latitudes

### 1.1 La circulation des moyennes latitudes

Les moyennes latitudes sont caractérisées par un gradient méridien de température entre le pôle et l'équateur, qui crée un vent zonal cisailé verticalement. Les figures 1.1a,b montrent respectivement la moyenne climatique et zonale de la température potentielle et du vent zonal pendant la période mars-avril-mai. Le gradient méridien de température aux latitudes moyennes (figure 1.1a) est associé à la présence de deux jets dans chaque hémisphère (figure 1.1b). Les jets sont de puissants courants atmosphériques soufflant de l'ouest vers l'est. Ils sont larges de plusieurs milliers de km et s'étendent dans la troposphère (c'est-à-dire globalement dans les 10 premiers kilomètres d'altitude) avec un maximum près de la tropopause. La vitesse des vents à l'intérieur de ces courants peut atteindre les  $50 \text{ m.s}^{-1}$ . Dans chaque hémisphère, on distingue le jet subtropical et le jet polaire, leur position en latitude et leur force dépendant beaucoup de la saison. Sur la figure 1.1a, on peut distinguer le jet subtropical (vers  $30^\circ\text{S}$ ) et le jet polaire (vers  $50^\circ\text{S}$ ) de l'hémisphère sud alors que la distinction est moins évidente dans l'hémisphère nord. Ces courant-jets ont par ailleurs une forte variabilité zonale. La figure 1.2 montre la moyenne climatique du vent zonal à 200 hPa pendant la période mars-avril-mai. Dans l'hémisphère nord, on observe notamment un maximum du vent zonal à l'est de l'Asie et on devine un autre maximum (moindre) à l'est du continent nord-américain, vers  $30^\circ\text{N}$ .

L'écoulement grande échelle que nous venons de décrire est le siège de perturbations transitoires. Nous nous intéressons aux perturbations d'échelle synoptique, c'est-à-dire aux perturbations s'étendant sur quelques milliers de kilomètres dans le plan horizontal et de durée de vie entre 2 et 10 jours. Au niveau de la surface, ces perturbations prennent la forme de dépressions qui se succèdent en hiver et qui peuvent devenir des tempêtes<sup>1</sup>. Ces dépressions tendent à se développer préférentiellement dans les régions des maxima de vent associés aux courants-jets d'ouest des océans Atlantique et Pacifique, puis à se propager en aval en suivant approximativement les axes des courants-jets. Elles évoluent en fait dans des zones appelées rails dépressionnaires (ou storm-tracks). Cette notion a été introduite par Blackmon et al. (1977) et elle a été largement développée.

---

1. Aux moyennes latitudes, on désigne par tempête une forte dépression (vents supérieurs à  $90 \text{ km.h}^{-1}$ ).

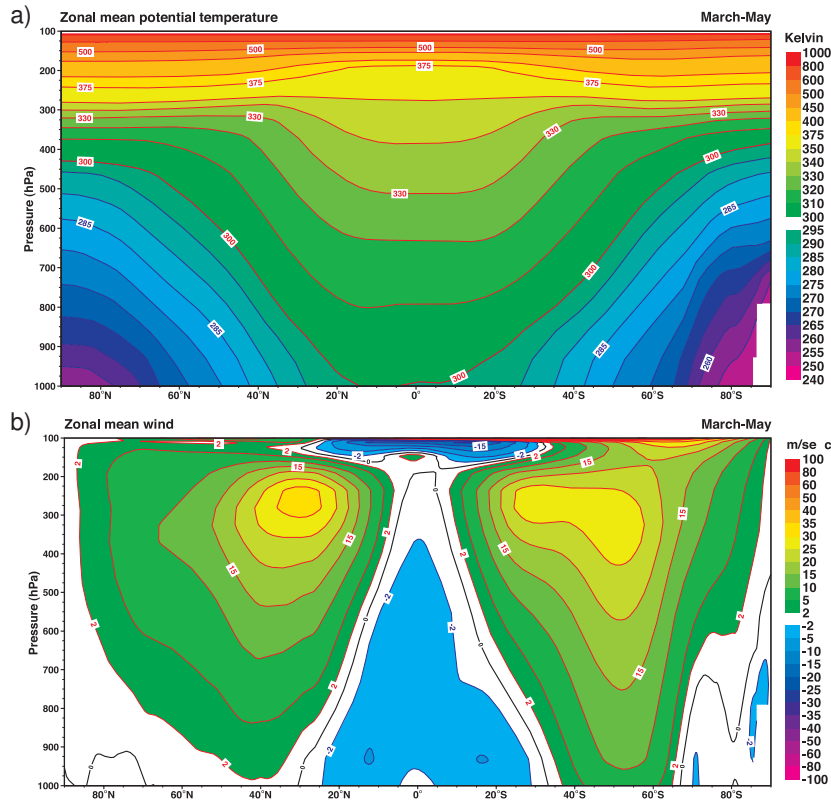


FIGURE 1.1 – Coupes latitude-pression (a) de la température potentielle en  $K$  et (b) du vent zonal en  $m.s^{-1}$ , en moyenne climatique et zonale, pour les mois de mars-avril-mai, d'après ECMWF/ERA-40.

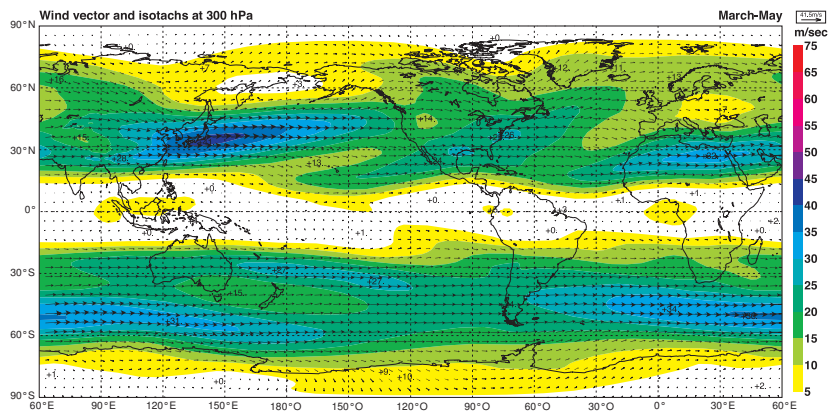


FIGURE 1.2 – Coupe longitude-latitude du vent zonal avec isotachs à 200 hPa en  $m.s^{-1}$ , en moyenne climatique pour les mois de mars-avril-mai, d'après ECMWF/ERA-40.

pée par la suite (Wallace et al., 1988; Hoskins et al., 1989). Il y a différentes façons d'identifier les storm-tracks. Une méthode consiste à faire des statistiques sur les trajectoires des dépressions de surface : la figure 1.3 rassemble par exemple les trajectoires des dépressions de surface les plus importantes de l'hiver 2002-2003 (on peut voir une accumulation des trajectoires dans une région particulière de l'océan Atlantique). Une seconde méthode consiste à estimer la variance statistique de champs météorologiques

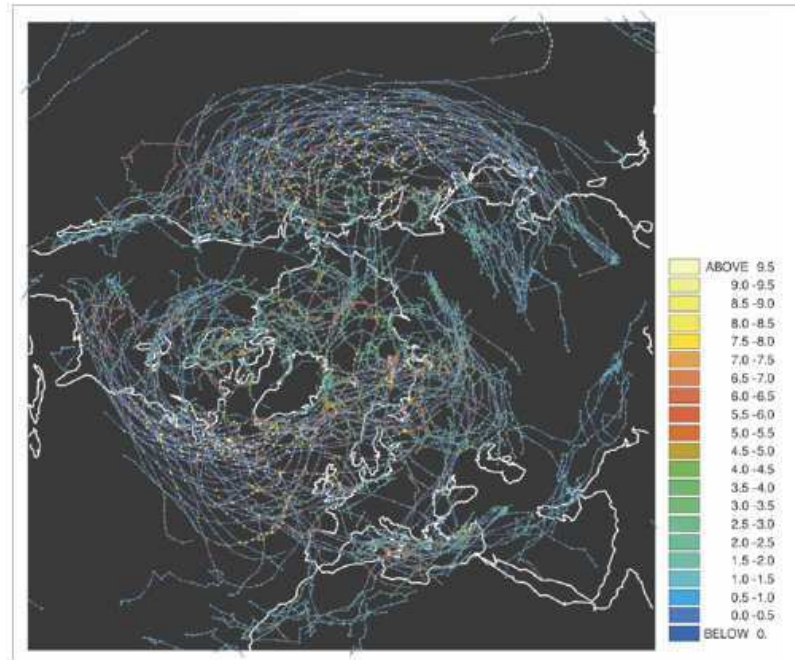


FIGURE 1.3 – Exemple de trajectoires de dépressions de surface pour l'hiver 2002-2003 à partir des données de ERA-40 basées sur la vorticité relative à 850 hPa. Seuls les systèmes existant pendant plus de 2 jours et se déplaçant sur plus de 1000 km sont considérés. Les trajectoires sont les lignes bleues et les couleurs indiquent l'intensité le long de la trajectoire, en  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , d'après Bengtsson et al. (2006).

permettant d'identifier des perturbations synoptiques (l'énergie cinétique à 250 hPa par exemple, comme sur la figure 1.4) en isolant la bande de fréquences associée aux systèmes d'échelle synoptique (périodes entre 2 et 6 jours sur la figure 1.4). Les figures 1.3 et 1.4 révèlent deux zones d'évolution préférentielle des perturbations atmosphériques, qui sont allongées dans la direction ouest-sud-ouest/est-nord-est. La première s'amorce au-dessus de la mer du Japon et se renforce sur l'océan Pacifique pour s'achever sur la côte ouest du Canada. La deuxième s'amorce dans la région des Grands Lacs américains, se renforce sur l'océan Atlantique pour s'achever sur le nord-est de l'Europe. L'image satellite du 27 juin 2012 (figure 1.5) montre une tempête se situant au large de l'Ecosse à cette date, soit dans la seconde zone d'évolution préférentielle que nous venons d'identifier : elle est caractérisée par son système nuageux qui s'enroule autour du centre dépressionnaire et qui s'étend sur une zone dont la taille est de l'ordre du millier de kilomètres.

## 1.2 Les mécanismes de formation des dépressions

Cette partie présente les principaux mécanismes à l'origine de la formation des dépressions des moyennes latitudes. Ils sont présentés dans l'ordre chronologique où ils ont été proposés.

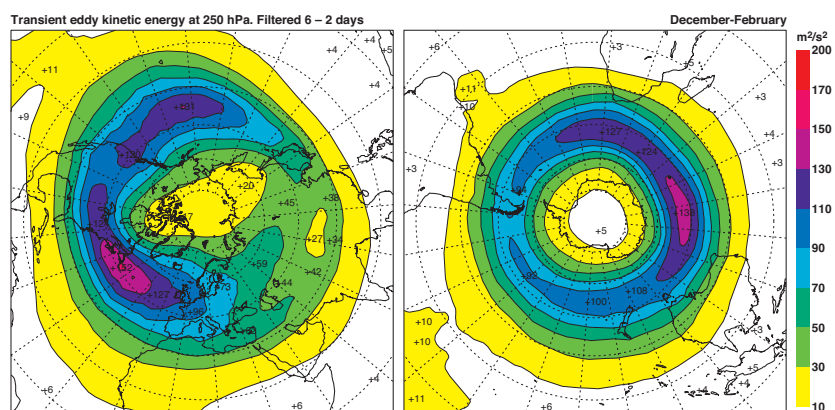


FIGURE 1.4 – Projections polaires de l'énergie cinétique à 250 hPa après filtrage isolant les périodes de 2 à 6 jours, en moyenne climatique pour les mois de Décembre-Janvier-Février, d'après ECMWF/ERA-40.

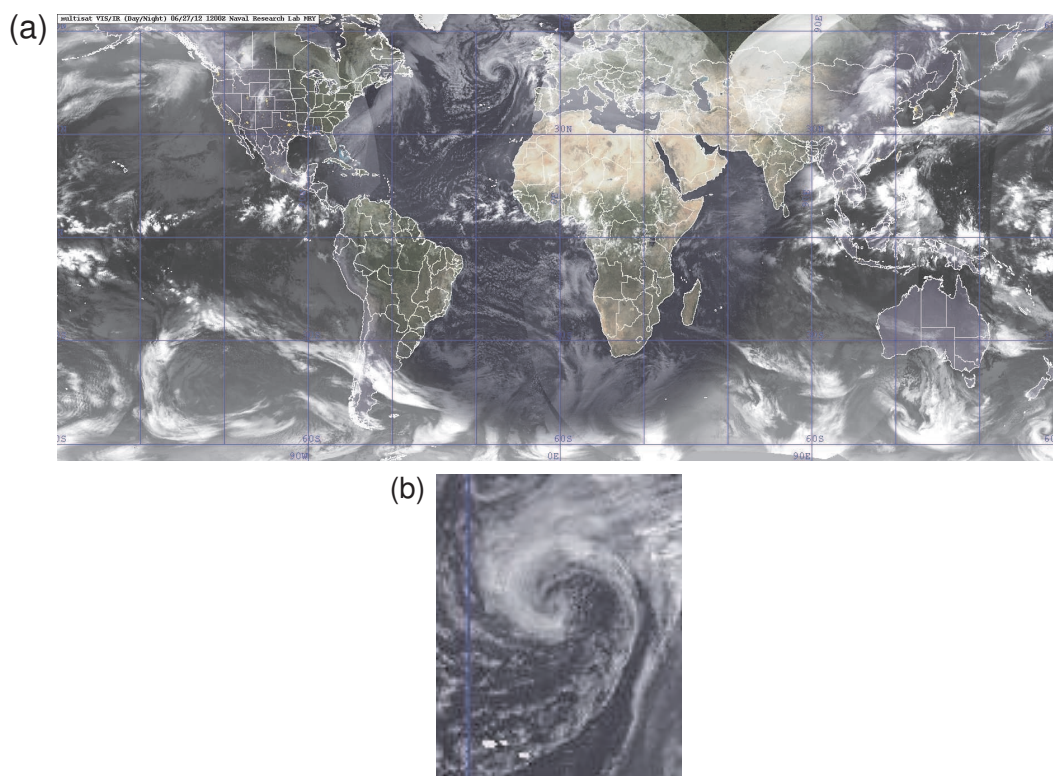


FIGURE 1.5 – (a) Image satellite visible/infrarouge du 27 juin 2012 à 9.00 UTC. (b) zoom de l'image satellite (a) entre 40°O-35°N et 10°O-50°N.

### 1.2.1 La théorie du front polaire

Pendant la période 1913-1922, les écoles de météorologie d'Allemagne (Leipzig) et de Norvège (Bergen) ont permis l'émergence de la météorologie en tant que science rationnelle alors qu'elle était jusqu'alors plutôt considérée comme une science empirique. La première interprétation du cycle de vie des dépressions a été faite par Bjerknes et Solberg (1922). Elle repose sur le concept de front polaire. C'est une limite extrême,



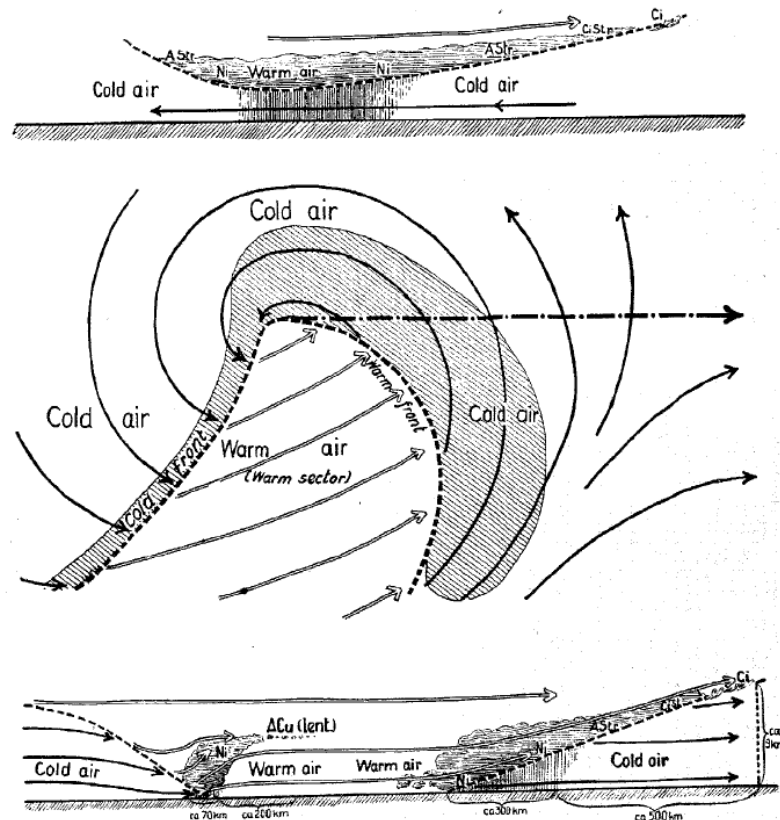


FIGURE 1.6 – Cyclone idéalisé, d'après Bjerknes et Solberg (1922).

une sorte de surface pré-existante séparant l'air froid polaire d'un côté et l'air chaud tropical de l'autre. Cette limite se maintient et ondule : les mouvements d'air chaud vers le pôle et d'air froid vers l'équateur créent alors une perturbation. Elle est caractérisée par un front chaud à l'avant, là où la langue d'air chaud advectée par un courant de sud-ouest chevauche l'air froid, et par un front froid à l'arrière, là où l'air froid soulève le courant d'air chaud. Le déplacement de ces deux surfaces frontales entraîne tout un système nuageux au niveau des fronts. La figure 1.6 schématise le processus tel qu'il est décrit par Bjerknes et Solberg (1922). On parle du modèle de cyclone de Bergen.

Bjerknes et Solberg (1922) ont également introduit la notion de famille de perturbations, ancêtre de la vision actuelle du rail dépressionnaire. Cependant, le concept de front polaire présente de nombreuses limites bien connues, la plus importante étant qu'on n'observe pas de limite frontale aussi extrême, très étendue et quasi-permanente. De plus, à cette époque, ils n'avaient pas connaissance de l'interaction des perturbations de surface avec les structures d'altitude. Cette idée a donc été appelée à être remplacée par d'autres, plus proches des observations météorologiques.

### 1.2.2 L'instabilité barocline

Le concept d'instabilité barocline a été introduit de façon qualitative par Bjerknes et Holmboe (1944), puis de manière plus formelle par Charney (1947) et Eady (1949)

qui ont étudié, dans un cadre quasi-géostrophique, le développement de perturbations ondulatoires dans l'atmosphère en prenant en compte le cisaillement vertical du vent zonal de l'écoulement grande échelle. L'idée générale de l'instabilité barocline est que deux perturbations se propageant sur le jet troposphérique à différentes altitudes peuvent s'amplifier mutuellement sous certaines conditions. Cette amplification est possible grâce au cisaillement vertical du vent horizontal de l'écoulement grande échelle, associé au gradient horizontal de température. Il permet l'extraction de l'énergie potentielle de l'environnement grande échelle par les perturbations. On développera ce concept d'instabilité barocline dans la section 1.3.

Notons qu'il existe un autre mécanisme, appelé instabilité barotrope, qui permet aux perturbations d'extraire de l'énergie cinétique de l'environnement grande échelle grâce au cisaillement horizontal de vent. Cependant, aux latitudes moyennes, c'est l'instabilité barocline qui est la source d'énergie principale des dépressions et en particulier des tempêtes (Ayrault et Joly, 2000). Les effets barotropes peuvent néanmoins influencer sur l'instabilité barocline, comme nous le verrons dans la section 1.4.

### 1.2.3 La frontogénèse

Le développement d'ondes baroclines, possible grâce aux gradients horizontaux de température, tend à réduire le gradient méridien de température via un processus d'ajustement non-linéaire par lequel de la chaleur est transportée vers les pôles. Le gradient moyen de température pôle-équateur est par ailleurs continuellement rétabli par le chauffage différentiel du soleil. Il est en réalité également amplifié transitoirement par les perturbations baroclines via des processus dynamiques agéostrophiques. Ils sont à l'origine de zones de forts gradients de température, appelées fronts, qui renforcent la cyclogénèse. Le mécanisme de formation de ces fronts et l'origine du renforcement de la cyclogénèse associé est le suivant.

Le champ de déformation horizontale associé à la composante géostrophique de l'écoulement grande échelle peut localement renforcer le gradient horizontal de température : le cisaillement et l'étirement horizontaux provoquent un rapprochement des isothermes le long de directions privilégiées, augmentant le gradient de température dans la direction orthogonale aux isothermes. Cependant, ce processus n'explique pas à lui seul la formation rapide des fronts souvent observée dans les systèmes extratropicaux. C'est l'effet de la circulation agéostrophique qui explique cette formation rapide. L'advection de température par cette circulation secondaire au sein du courant-jet tend à renforcer localement le gradient horizontal de température. Cela induit une augmentation du cisaillement vertical de vent, pour maintenir l'équilibre du vent thermique : l'effet résultant est donc un renforcement de la cyclogénèse. En outre, c'est un processus rétroactif puisque l'augmentation du cisaillement vertical de vent est associée à une intensification du vent transverse agéostrophique : le vent agéostrophique s'intensifie donc en réponse au renforcement du front provoqué lui-même par le vent agéostrophique. En l'absence d'effets de friction, un gradient de température infini peut ainsi être produit, comme l'ont montré Hoskins et Bretherton (1972) en utilisant un modèle semi-géostrophique prenant en compte certains effets agéostrophiques.

La frontogénèse est donc un des mécanismes clés de la cyclogénèse, mais nous le



qualifierons de secondaire par rapport à l'instabilité barocline puisque le plus souvent, il constitue seulement un mécanisme de renforcement de la cyclogénèse, cette dernière étant déjà amorcée par le processus d'instabilité barocline. C'est donc ce dernier processus que nous allons décrire de façon plus quantitative dans la section suivante.

### 1.3 Les théories de l'instabilité barocline

Dans cette partie, nous allons décrire l'instabilité barocline en adoptant plusieurs points de vue, différents mais fondés sur la même idée, à savoir que deux perturbations se propageant à des altitudes différentes peuvent extraire de l'énergie potentielle à l'écoulement grande échelle grâce au cisaillement vertical de vent.

On se place dans l'approximation quasi-géostrophique. La vorticité planétaire  $f$  (ou paramètre de Coriolis) est approximée par  $f = f_0 + \beta y$  où sa variation latitudinale vaut  $\beta$  (approximation du plan beta). Dans ces conditions, les équations décrivant l'écoulement s'écrivent, dans le cadre adiabatique, en coordonnées pression :

$$\frac{D_g \vec{V}_g}{Dt} = -f_0 \vec{k} \times \vec{V}_a - \beta y \vec{k} \times \vec{V}_g, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}, \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_a + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (1.3)$$

$$\frac{D_g T}{Dt} - \frac{\sigma p}{R} \omega = 0, \quad (1.4)$$

où  $\vec{V}_g$  est le vent géostrophique auquel est associé le géopotentiel  $\phi$  par la relation  $\vec{V}_g = \frac{1}{f_0} \vec{k} \wedge \vec{\nabla} \phi$ , et  $\vec{V}_a$  est la composante agéostrophique du vent horizontal. La vitesse verticale est quantifiée par la variation lagrangienne de pression  $\omega = \frac{Dp}{Dt}$ . Dans l'équation (1.4),  $\sigma$  est un paramètre de stabilité statique défini par  $\sigma = -\frac{RT_0}{p} \frac{d \ln \theta_0}{dp}$  où  $T_0$  et  $\theta_0$  sont les températures absolue et potentielle respectivement, associées à l'atmosphère au repos. Enfin, les opérateurs  $\vec{\nabla}$  et  $\vec{\nabla} \cdot$  sont les opérateurs gradient horizontal et divergence horizontale à pression constante, et l'opérateur  $\frac{D_g}{Dt} \equiv \partial_t + \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla}$  est la dérivée lagrangienne géostrophique.

La combinaison des équations (1.1-1.4) mène à l'équation de conservation d'un champ appelé vorticité potentielle quasi-géostrophique :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} \right) \left[ \frac{1}{f_0} \Delta \phi + f + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] = \frac{D_g q}{Dt} = 0, \quad (1.5)$$

où  $q$  est la vorticité potentielle quasi-géostrophique (appelée aussi PV), définie par :

$$q \equiv \frac{1}{f_0} \Delta \phi + f + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right). \quad (1.6)$$

Les trois termes qui composent  $q$  sont respectivement la vorticité relative, la vorticité planétaire  $f$  et la vorticité d'étirement (liée aux variations verticales de la température). On va montrer dans les deux sections suivantes que la vorticité potentielle est une notion clé dans la description de l'instabilité barocline.

### 1.3.1 Instabilité linéaire

Charney (1947) et Eady (1949) se sont posé la question de la croissance linéaire des perturbations dans un écoulement grande échelle zonal cisailé verticalement. Ils ont donc mené une étude d'instabilité linéaire, dans laquelle ils ont cherché des solutions du type  $A(z) \exp[ik(x - ct)]$  décrivant la fonction de courant perturbée. On parle de solutions modales (ou de modes normaux). L'objectif est d'identifier les cas où la partie imaginaire de  $c$  est positive, de sorte que la perturbation associée voit son amplitude croître exponentiellement, tout en gardant la même structure dans le temps (la fonction de courant se réécrit en effet comme  $A(z) \exp[ik(x - c_r t)] \exp(kc_i t)$  avec  $c_r$  et  $c_i$  les parties réelle et imaginaire de la vitesse de phase  $c$ ). Le taux de croissance de ces ondes, égal à  $kc_i$ , dépend du nombre d'onde  $k$ , autrement dit de la longueur d'onde. Dans l'atmosphère, la longueur d'onde de maximum d'instabilité est d'environ 4000 km, soit environ 4 fois le rayon de déformation de Rossby ( $R_D \equiv \frac{NH}{f_0} \simeq 1000$  km où  $N$  est la fréquence de Brunt-Väisälä et  $H$  l'épaisseur de la troposphère). Le critère de Charney-Stern-Pedlosky rassemble les conditions nécessaires à la croissance modale, l'une au moins devant être vérifiée pour qu'une instabilité modale soit possible. Nous retiendrons la condition selon laquelle le gradient méridien de PV de l'écoulement grande échelle doit changer de signe sur la verticale, ou encore, dans le cas où ce gradient est nul, celle selon laquelle  $\partial_z U$  doit être du même signe en  $z = 0$  et  $z = H$  ( $U$  est la vitesse zonale de l'écoulement grande échelle). Notons que d'autres conditions, « intermédiaires entre ces deux conditions » (c'est-à-dire faisant intervenir le gradient méridien de PV et la dérivée verticale de la vitesse zonale), existent. Les conditions du critère de Charney-Stern-Pedlosky sont des conditions nécessaires mais pas suffisantes. Notons de plus que quand une perturbation de mode normal croît, alors l'inclinaison verticale des thalwegs/dorsales<sup>2</sup> de l'onde perturbée est de sens opposé au cisaillement vertical de vent.

Cependant, l'approche des modes normaux ne permet pas d'expliquer la croissance rapide initiale qui accompagne les cas de cyclogénèse explosive observés. Farrell (1983) a en particulier identifié la possibilité de croissance transitoire d'un autre type d'ondes, dites non modales, si l'inclinaison verticale des thalwegs/dorsales de l'onde est de sens opposé au cisaillement vertical de vent (c'est alors une condition suffisante pour qu'il y ait croissance transitoire de la perturbation, indépendamment de l'existence de modes normaux). Ces ondes non modales changent de forme au cours du temps, contrairement aux modes normaux dont seule l'amplitude évolue, et leur croissance peut être, pendant un temps fini, plus forte et plus rapide que la croissance exponentielle des modes normaux. Dans le cadre de la recherche des structures non modales susceptibles

---

2. Le terme thalweg (resp. dorsale) correspond à un minimum (resp. maximum) du géopotentiel à une pression donnée.

de croître dans un écoulement, Farrell (1989a) s'est intéressé à celles dont la croissance, mesurée au moyen d'une norme physique (la norme L2 de la fonction de courant perturbée), est maximale au bout d'une durée  $T$ . Une façon systématique d'identifier de telles structures est la méthode des modes singuliers : les structures optimisant, au bout d'un temps fini, le taux de croissance de la norme physique choisie sont appelées vecteurs singuliers (Lacarra et Talagrand, 1988). La figure 1.7 montre un exemple de la croissance d'une structure non modale (optimisant la norme L2 de la fonction de courant perturbée) : une structure perturbée initialement fortement inclinée dans le sens opposé au cisaillement vertical de vent croît tout en changeant de forme jusqu'à l'instant adimensionné  $t = 16$  approximativement. Sa vitesse de croissance est telle que la norme L2 de la fonction de courant perturbée (notée  $|\phi|$  sur la figure) est multipliée par 12 entre les instants  $t = 0$  et  $t = 8$ . Après  $t = 16$ , la structure continue de croître mais sans plus changer de forme : elle tend vers le mode normal instable. Son taux de croissance est alors plus faible que lors de la croissance non modale des premiers instants, puisque la norme L2 de la fonction de courant perturbée est seulement multipliée par 5 entre les instants  $t = 16$  et  $t = 24$ . La croissance non modale initiale est donc bien plus forte (plus de deux fois) que la croissance du mode normal instable vers lequel la structure perturbée tend.

Cependant, la théorie linéaire de l'instabilité barocline, avec ses concepts de modes normaux ou de vecteurs singuliers, semble ne pas pouvoir expliquer pleinement certains cas réels de cyclogénèse. C'est ce qu'ont montré Descamps et al. (2007) dans le cas réel de la tempête Lothar. Ils ont étudié le développement des modes normaux et singuliers dans l'environnement dans lequel la tempête Lothar a évolué, cet environnement étant estimé à partir de l'écoulement total duquel la tempête a été numériquement supprimée. Or, par cette méthode, ils n'ont pas réussi à reproduire la formation puis la croissance de la tempête Lothar telle qu'elle s'est déroulée. Ce résultat suggère des insuffisances dans la méthode des vecteurs singuliers utilisée par les auteurs, notamment en terme de définition de norme (effets diabatiques pas pris en compte), mais au-delà, il soulève la question des effets non linéaires, absents de la théorie de l'instabilité barocline dans sa présente forme et qui pourtant joueraient, semble-t-il, un rôle dans la cyclogénèse (nous reviendrons sur ce point dans cette thèse).

### 1.3.2 Interaction d'ondes de Rossby

Il existe plusieurs modèles d'instabilité barocline très simples. Dans le modèle d'Eady (1949), l'écoulement grande échelle est zonal, ne dépend que de l'altitude et le cisaillement vertical est constant. La PV est uniforme (approximation du plan f) et l'équation pronostique est la conservation lagrangienne de la température potentielle. Enfin, le domaine est fini sur la verticale, compris entre deux surfaces rigides, l'une représentant la surface et l'autre la tropopause. La condition du critère d'instabilité sur la dérivée verticale de la vitesse zonale aux limites est vérifiée, d'où le développement possible d'une instabilité modale. Le modèle de Charney (1947) diffère du modèle d'Eady (1949) dans la mesure où il est semi-infini verticalement, avec un gradient de PV non nul constant et égal à  $\beta$  (plan beta). L'écoulement grande échelle est zonal, il

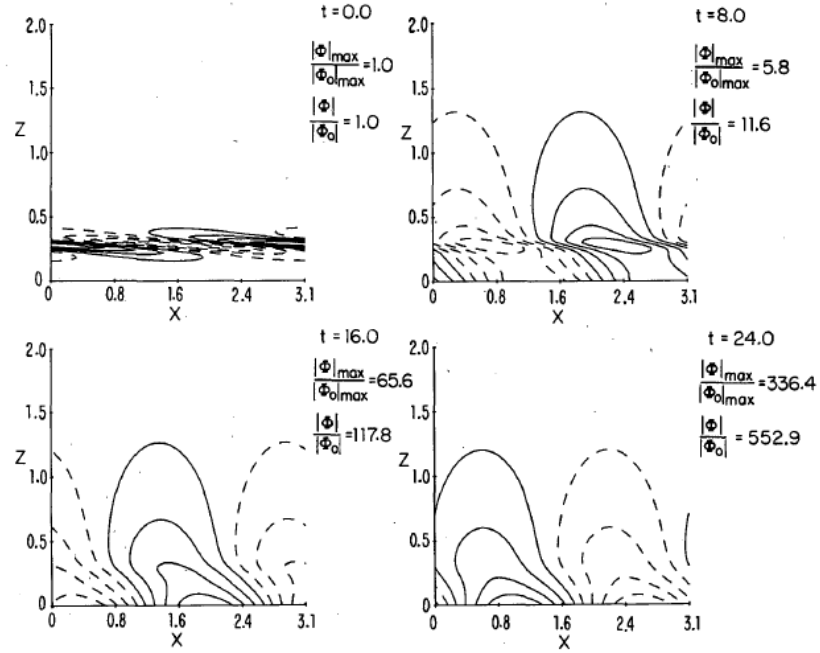


FIGURE 1.7 – Croissance d’une perturbation non modale, optimisant la norme L2 de la fonction de courant perturbée, d’après l’étude de Farrell (1989a) avec le modèle de Charney (1947). Isolignes de la fonction de courant perturbée.

dépend de l’altitude et il est de cisaillement vertical constant. Les équations pronostiques sont la conservation de PV et la conservation de la température potentielle à la surface. Enfin, la surface inférieure est rigide. Le gradient méridien de PV et les conditions aux limites sont tels que ce second modèle vérifie également le critère d’instabilité.

Dans cette thèse, nous utilisons le modèle de Phillips (1951), qui est un modèle à deux couches quasi-géostrophique, fondé sur l’équation pronostique de conservation de PV (équation 1.5), et dans lequel c’est cette fois le changement de signe du gradient méridien de PV d’une couche à une autre qui permet une instabilité du type modal. Ce modèle va nous permettre de comprendre, à partir de considérations très simples, en quoi un changement de signe du gradient méridien de PV sur la verticale, ainsi qu’une inclinaison verticale des thalwegs/dorsales de l’onde dans le sens opposé au cisaillement vertical de vent, peuvent provoquer la croissance d’une perturbation.

La figure 1.8 montre une coupe verticale de l’atmosphère à deux couches. Dans ce cadre, la vorticité potentielle dans chaque couche se récrit :

$$q_u = \Delta\psi_u + f_0 + \beta y - \lambda^{-2}(\psi_u - \psi_l) , \quad (1.7)$$

$$q_l = \Delta\psi_l + f_0 + \beta y + \lambda^{-2}(\psi_u - \psi_l) , \quad (1.8)$$

où  $k \in \{u, l\}$  désigne la couche du haut et du bas respectivement,  $\psi_k$  est la fonction de courant dans la couche  $k$ , égale à  $\frac{\phi_k}{f_0}$  (où  $\phi_k$  est le géopotentiel dans la couche  $k$ ) et enfin  $\lambda$  est le rayon de déformation de Rossby, égal à  $\lambda = \frac{Nh}{f}$  où  $h$  est la demi-hauteur de la troposphère (la distance entre les milieux des couches). L’écoulement est alors séparé en l’écoulement grande échelle et la perturbation. Les grandeurs se référant à l’écoulement

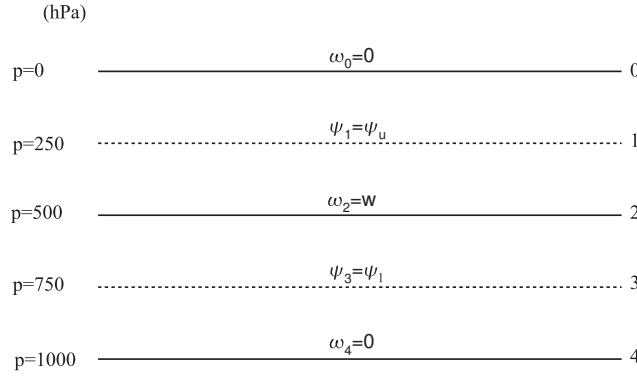


FIGURE 1.8 – Coupe verticale de l'atmosphère dans un modèle à deux couches.

grande échelle sont notées avec des barres et celles associées aux perturbations sont notées avec des primes, cette notation étant valable dans toute la suite. On se place dans le cas simple où l'écoulement grande échelle est stationnaire, zonal et uniforme horizontalement. La vitesse est plus grande dans la couche supérieure (c'est-à-dire en altitude) que dans la couche inférieure (autrement dit en surface), de façon à ce que le gradient méridien du PV de l'écoulement grande échelle soit positif dans la couche supérieure ( $\partial_y \bar{q}_u = \beta + \lambda^{-2} (\bar{u}_u - \bar{u}_l) > 0$ ) et négatif dans la couche inférieure ( $\partial_y \bar{q}_l = \beta - \lambda^{-2} (\bar{u}_u - \bar{u}_l) < 0$ ). L'équation (1.5) devient alors, dans l'approximation linéaire, dans chacune des couches  $k$  :

$$\frac{\partial q'_k}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial q'_k}{\partial x} + v'_k \frac{\partial \bar{q}_k}{\partial y} = 0 . \quad (1.9)$$

La figure 1.9 montre chacune des deux couches, associées à un gradient méridien du PV grande échelle (noté  $\overline{PV}$ ) positif en altitude et négatif en surface. Initialement, il existe une anomalie positive de PV dans chacune des couches, celle en surface étant en aval de celle en altitude. La circulation à l'est de l'anomalie d'altitude advecte, du sud vers le nord, du  $\overline{PV}$  d'altitude (via le terme  $v'_u \partial_y \bar{q}_u$  de l'équation (1.9)) plus faible, créant ainsi une anomalie négative de PV à son est. La circulation à l'est de cette dernière advecte, du nord vers le sud, du  $\overline{PV}$  d'altitude plus fort, créant ainsi une anomalie positive de PV à son est (non dessinée), et ainsi de suite : une onde de type Rossby se développe en altitude, en aval de l'anomalie de PV initiale. Le même processus se déroule en amont de l'anomalie initiale de surface (via le terme  $v'_l \partial_y \bar{q}_l$  de l'équation (1.9)). Mais ces deux ondes d'altitude et de surface se renforcent également l'une l'autre. On peut décrire cette interaction ainsi : les circulations à l'est de l'anomalie positive de PV d'altitude et à l'ouest de l'anomalie négative de PV d'altitude advectent également, du sud vers le nord, du  $\overline{PV}$  de surface plus fort, renforçant ainsi l'anomalie positive initiale de PV de surface. Réciproquement, les anomalies de surface renforcent celles d'altitude. Cette vision est schématique et a le mérite d'être simple et « visuelle ». Une description plus proche des équations (1.9) mais moins « visuelle » que la précédente serait la suivante. Le champ de vitesse  $v'_l$  résulte des champs  $q'_u$  et  $q'_l$  (en inversant les équations (1.7) et (1.8)) et sa valeur au centre de l'anomalie positive de PV de surface est non nulle du seul fait de  $q'_u$ . En effet, le champ de vitesse en surface dû aux structures cycloniques et anticycloniques de surface est, de façon évidente, nul au centre de ces structures.

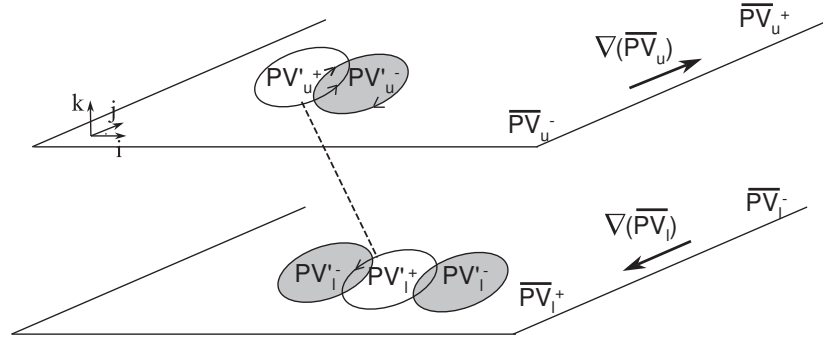


FIGURE 1.9 – Interprétation schématique de l’instabilité barocline en terme de dynamique de vorticité potentielle.

C’est donc bien la circulation de la couche supérieure qui advecte le  $\overline{PV}$  de surface au niveau du centre de l’anomalie positive de PV de surface, et qui de ce fait la renforce.

Finalement, la figure 1.9 illustre parfaitement l’interprétation de l’instabilité barocline de Hoskins et al. (1985), ou encore celle de Heifetz et al. (2006), qui la décrivent comme l’interaction entre deux ondes de Rossby se propageant à deux altitudes différentes. Notons que le renforcement mutuel des structures d’altitude et de surface est rendu possible grâce au cisaillement vertical de vent ( $\overline{u}_u \neq \overline{u}_l$ ), qui est à l’origine du changement de signe du gradient méridien de  $\overline{PV}$ , et grâce au décalage zonal des deux anomalies initiales (celle en altitude étant en amont de celle en surface), qui correspond bien   une inclinaison verticale de l’onde perturbée dans le sens opposé au cisaillement vertical de vent ( $\overline{u}_u$  étant supérieur à  $\overline{u}_l$ ).

### 1.3.3 Equation omega

La description de l’instabilité barocline en terme de dynamique de PV faite dans la section précédente sous-entend l’existence de vitesses verticales, sans jamais les expliciter. C’est ce que l’on se propose de faire ici.

Pour cela, on introduit l’équation quasi-géostrophique de la vorticité relative (notée  $\zeta_g$ ), obtenue à partir des équations (1.1-1.4) et qui s’écrit :

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} (\zeta_g + f) - f_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_a . \quad (1.10)$$

On considère initialement une perturbation dans la haute troposphère, prenant la forme d’une onde idéalisée, caractérisée par une succession de dorsales et de thalwegs correspondant respectivement à des crêtes et creux des surfaces isobares (figure 1.10). La vorticité relative  $\zeta_g$  est négative (resp. positive) au niveau de la dorsale (resp. thalweg). Le terme d’advection  $-\vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} \zeta_g$  est donc négatif en amont du thalweg (NVA) et positif en aval du thalweg (PVA). D’après l’équation de la vorticité (1.10), en négligeant  $\partial_t \zeta_g$  ainsi que l’advection de  $f$ , on en déduit que l’amont du thalweg est une zone de convergence du vent agéostrophique (CONV) et que l’aval est une zone de divergence (DIV). Le mouvement vertical associé à une telle configuration est donné par l’équation omega, déduite des équations (1.1-1.4) :

$$\left[ \Delta + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right] \omega = \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[ \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{1}{f_0} \Delta \phi + f \right) \right] + \frac{1}{\sigma} \Delta \left[ \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} \left( -\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right]. \quad (1.11)$$

En ne gardant que le terme d'advection différentielle de vorticité, on en déduit l'égalité suivante :

$$\text{sgn}(w(z)) = \text{sgn} \left( \left[ \partial_z \left( -\vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} (\zeta_g + f) \right) \right] \right), \quad (1.12)$$

où  $w$  désigne la vitesse verticale et  $\text{sgn}(\ )$  est la fonction signe. En négligeant l'advection de  $f$ , l'équation (1.12) montre qu'il y a une subsidence sous l'entre dorsale-thalweg et une ascendance sous l'entre thalweg-dorsale. Au sol,  $\partial_z w$  est négatif (resp. positif) là où il y a subsidence (resp. ascendance) donc d'après l'équation de continuité (1.3), il y a divergence de  $\vec{V}_a$  sous l'entre dorsale-thalweg et convergence sous l'entre thalweg-dorsale. D'après l'équation de la vorticité (1.10), la vitesse verticale tend donc à diminuer (resp. augmenter)  $\zeta_g$  en surface, donc à augmenter (resp. diminuer) le géopotentiel  $\phi$  en surface, c'est-à-dire à augmenter (resp. diminuer) la pression de surface. On aboutit alors à la formation d'un anticyclone de surface sous l'entre dorsale-thalweg et d'une dépression de surface sous l'entre thalweg-dorsale. Par ailleurs, on remarque que l'inclinaison verticale des thalwegs/dorsales de l'onde barocline est bien de sens opposé au cisaillement vertical de vent.

La figure 1.10 peut aussi être interprétée à l'aide d'un diagnostic permettant d'estimer les mouvements verticaux en prenant en compte à la fois l'advection différentielle de vorticité relative et l'advection de température (que l'on a négligée en écrivant l'équation (1.12)). L'équation (1.11) peut en effet s'écrire sous une autre forme, dite forme en vecteur- $\vec{Q}$  (Hoskins et al., 1978), dans laquelle le forçage du mouvement vertical s'exprime en terme de divergence d'un champ de vecteurs  $\vec{Q}$  horizontaux. Pour simplifier l'écriture de cette équation, on néglige  $\beta$  (plan  $f$ ). On obtient :

$$\sigma \Delta \omega + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -2 \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}, \quad (1.13)$$

où

$$\vec{Q} \equiv \left( -\frac{R}{p} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \vec{\nabla} T, -\frac{R}{p} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \vec{\nabla} T \right), \quad (1.14)$$

ou encore, quand l'axe  $x$  est parallèle à l'isotherme locale avec l'air froid à gauche :

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p} \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right| \left( \vec{k} \times \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \right). \quad (1.15)$$

En fait, le vecteur  $\vec{Q}$  défini par l'équation (1.14) s'interprète physiquement comme étant proportionnel au taux de variation du gradient horizontal de température par le vent géostrophique (non montré). Autrement dit, il traduit le renforcement (ou l'affaiblissement) du gradient horizontal de température par le champ de déformation du vent géostrophique.  tant donné ce renforcement, le maintien de la relation du vent thermique nécessite la présence de vents agéostrophiques et des vents verticaux associés :

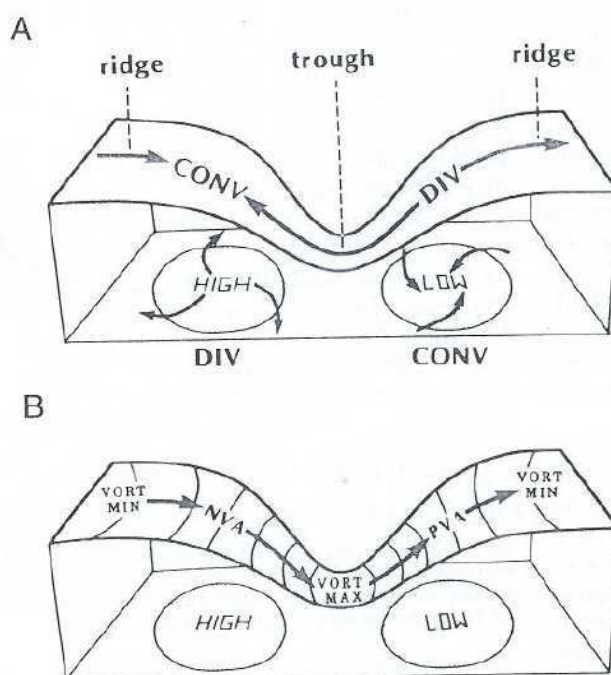


FIGURE 1.10 – Cas d’une onde de haute troposphère (a) Représentation schématique du vent agéostrophique le long de l’écoulement en haute troposphère, des zones de convergence (CONV) et divergence (DIV) associées, et des zones de haute et basse pression de surface correspondantes, inspiré de Bjerknes et Holmboe (1944). (b) Minima et maxima de vorticité relative en haute troposphère, advection de vorticité positive (PVA) et négative (NVA) associée et zones de haute et basse pression de surface correspondantes, Kocin et Uccellini (1990). Ces deux schémas sont issus de Uccellini (1990).

c’est ce que traduit l’équation (1.13) qui relie la vitesse verticale et le champ de vecteurs  $\vec{Q}$ . En utilisant l’équation (1.15), on montre que les vecteurs  $\vec{Q}$  divergent dans l’entre dorsale-thalweg et convergent dans l’entre thalweg-dorsale. Comme d’après l’équation (1.13),  $w \propto -\nabla \cdot \vec{Q}$ , il y a donc subsidence sous l’entre dorsale-thalweg et ascendance sous l’entre thalweg-dorsale.

A l’aide de cette situation idéalisée, on a donc mis en évidence le rôle de la vitesse verticale dans le développement des dépressions (et anticyclones) de surface à partir d’une perturbation d’altitude. Cela a permis de compléter le schéma de l’instabilité barocline décrit dans la section précédente. Bjerknes et Holmboe (1944) et Bjerknes (1951) ont résumé ainsi le processus : le développement des perturbations cycloniques au niveau de la mer nécessite de la divergence en haute troposphère, afin de mener à une diminution de la pression au niveau de la mer.

Les dépressions de surface issues du processus d’instabilité barocline se forment donc principalement en réponse à la différentielle d’advection de vorticité (on n’a en effet gardé que ce terme en écrivant l’équation (1.12)) associée à une perturbation pré-existante d’amplitude finie de haute troposphère. Elles ont été qualifiées de cyclones de type B par Petterssen et Smebye (1971). Pour ce type de dépressions, l’advection de température de surface (second terme du membre de droite de l’équation (1.11))



est d'abord faible, mais devient souvent plus importante quand la dépression de surface se creuse. Il existe par ailleurs des cas où ce terme d'advection de température de surface domine tout de suite. C'est le cas des dépressions de surface qui se forment le long des fronts, en l'absence de perturbation pré-existante d'amplitude finie de haute troposphère. Elles sont dites cyclones de type A par Petterssen et Smebye (1971). Gardons enfin à l'esprit que outre les effets de la différentielle d'advection de vorticité et de l'advection de température de surface, il existe d'autres effets à l'origine de la formation des dépressions de surface. On citera l'effet du chauffage diabatique (Parker et Thorpe, 1995) ou encore l'instabilité d'onde frontale (Orlanski, 1968). En outre, plusieurs de ces effets s'exercent le plus souvent simultanément, leur combinaison pouvant annihiler ou au contraire renforcer le processus de la cyclogénèse.

### 1.3.4 Vision énergétique

Après avoir interprété l'instabilité barocline en terme de dynamique de vorticité potentielle et après avoir montré le rôle de la vitesse verticale dans le processus, on se propose d'aborder la question d'un point de vue énergétique et de montrer que c'est l'énergie potentielle de l'écoulement grande échelle qui est la source d'énergie des perturbations baroclines instables.

On suppose ici que l'écoulement grande échelle s'écrit  $\vec{u} = \bar{u}(y, z)\vec{i}$ . L'écoulement perturbé horizontal se décompose en la somme du vent géostrophique (horizontal par définition) et agéostrophique horizontal  $\vec{u}' = \vec{u}'_g + \vec{u}'_a$ , et l'écoulement perturbé vertical est associé à  $\omega'$ . A la composante géostrophique du vent perturbé est associé le géopotential  $\phi'$  par la relation  $\vec{u}'_g = \frac{1}{f_0}\vec{k} \wedge \vec{\nabla}\phi'$ . On approxime l'énergie cinétique locale perturbée par sa composante géostrophique  $K' = \frac{1}{2} (u_g'^2 + v_g'^2)$ . En appliquant les équations (1.1) (sous l'hypothèse  $\beta = 0$ ) et (1.3) à l'environnement puis à l'écoulement total, en faisant la différence puis en multipliant l'équation obtenue à partir de (1.1) par  $\vec{u}'_g$ , on obtient l'équation d'évolution de  $K'$  :

$$\frac{\partial K'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial K'}{\partial x} = -u'_g v'_g \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \nabla \cdot (\phi' \vec{u}'_a) - \frac{\partial (\phi' \omega')}{\partial p} + \omega' \frac{\partial \phi'}{\partial p}. \quad (1.16)$$

Si on définit l'énergie potentielle locale perturbée par  $P' = \frac{1}{2\sigma} (\partial_p \phi')^2$  (Lorenz, 1955), on obtient, à partir des équations (1.2) et (1.4), l'équation d'évolution de  $P'$  :

$$\frac{\partial P'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial P'}{\partial x} = \frac{f_0}{\sigma} v'_g \frac{\partial \phi'}{\partial p} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} - \omega' \frac{\partial \phi'}{\partial p}. \quad (1.17)$$

Comme nous l'avons déjà évoqué, le processus d'instabilité barocline consiste en l'extraction d'énergie potentielle à l'écoulement grande échelle par les perturbations grâce au cisaillement vertical de vent, l'énergie extraite étant convertie en énergie potentielle perturbée. Il correspond au terme  $\frac{f_0}{\sigma} v'_g \frac{\partial \phi'}{\partial p} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p}$  de l'équation (1.17), où  $\partial_p \bar{u}$  quantifie le cisaillement vertical de vent et  $v'_g \frac{\partial \phi'}{\partial p}$  est le flux de chaleur. Le terme d'interaction

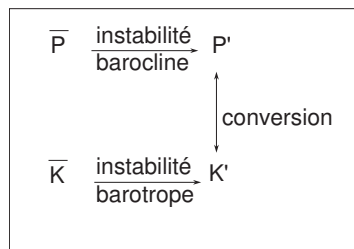


FIGURE 1.11 – Résumé des échanges énergétiques entre l'écoulement grande échelle d'énergies cinétique  $\bar{K}$  et potentielle  $\bar{P}$ , et les perturbations d'énergies cinétique  $K'$  et potentielle  $P'$ .

barocline peut se réécrire  $\frac{1}{\sigma} (\partial_p \phi')^2 \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{\phi'} \partial_p \bar{u}$  : il est positif, autrement dit il y a extraction d'énergie, si  $\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{\phi'}$  et  $\partial_p \bar{u}$  sont de même signe, c'est-à-dire si l'inclinaison verticale des structures perturbées est de sens opposé au cisaillement vertical du vent grande échelle. C'est en accord avec ce qui a été dit dans la section 1.3.1.

L'instabilité barotrope consiste, elle, en l'extraction d'énergie cinétique à l'écoulement grande échelle par les perturbations grâce au cisaillement horizontal de vent. Elle correspond au terme  $-u'_g v'_g \partial_y \bar{u}$  de l'équation (1.16), qui se réécrit  $-\frac{1}{f_0^2} (\partial_y \phi')^2 \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{\phi'} \partial_y \bar{u}$  : il y a extraction d'énergie si  $-\left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{\phi'}$  et  $\partial_y \bar{u}$  sont de même signe, c'est-à-dire si les isolignes de la fonction de courant perturbée ont une pente opposée à celle du cisaillement horizontal de l'écoulement grande échelle.

Par ailleurs, le terme  $\omega' \partial_p \phi'$  qui apparaît dans chacune des équations (1.16) et (1.17) avec un signe opposé correspond à la conversion (dite interne) de l'énergie potentielle perturbée en énergie cinétique perturbée. Enfin, les termes  $-\nabla \cdot (\phi' \bar{u}'_a)$  et  $-\partial_p (\phi' \omega')$  dans l'équation (1.16) sont respectivement des termes de redistribution horizontale et verticale d'énergie (on parle des termes de convergence des flux agéostrophiques de géopotential). La figure 1.11 résume les échanges énergétiques entre l'écoulement grande échelle et les perturbations. C'est le cycle énergétique proposé par Lorenz (1955). Ce schéma fait apparaître les processus d'instabilité barocline, d'instabilité barotrope et le processus de conversion interne se déroulant au sein de l'écoulement perturbé.

Concluons cette section sur l'instabilité barocline en évoquant le vocabulaire utilisé dans la littérature à ce sujet. On parle rigoureusement de processus d'instabilité barocline lorsque la croissance des structures perturbées a lieu à partir de perturbations infinitésimales. Dans la majorité des cas réels, le phénomène de croissance se déclenche à partir de perturbations d'amplitude finie, auquel cas on parle plutôt de processus d'interaction barocline (sous-entendu entre l'écoulement grande échelle et les perturbations). On retrouve la même nuance entre les termes d'instabilité barotrope et d'interaction barotrope.

## 1.4 Régionalisation de la cyclogénèse

Dans la section précédente, qui décrivait le processus d'interaction barocline, on a évoqué l'importance du cisaillement vertical du vent grande échelle sans évoquer son profil horizontal. L'écoulement grande échelle est en fait inhomogène horizontalement,

avec des dépendances en  $x$  (zones de confluence/diffluence, figure 1.2 page 16) et  $y$  (jets localisés méridionalement, figures 1.1 et 1.2). Ceci implique deux choses : d'une part l'interaction barotrope entre l'écoulement grande échelle et les perturbations peut avoir lieu ; d'autre part le processus d'interaction barocline, décrit dans la section 1.3, est localisé à des endroits bien précis. Certaines études sur le développement de la cyclogénèse se sont concentrées sur l'interaction barotrope pure alors que d'autres ont été menées dans un cadre où les processus d'interactions barotrope et barocline avaient lieu tous les deux. C'est ce que nous nous proposons de discuter dans cette section.

### 1.4.1 L'instabilité barotrope modale et la croissance transitoire

On s'intéresse d'abord au processus d'interaction barotrope pure. Dans ce cadre, on se pose la question de la croissance linéaire des perturbations dans un écoulement zonal barotrope. L'étude d'instabilité menée par Kuo (1949) et Yamagata (1976) montre que la condition nécessaire pour qu'une perturbation de type modale croisse dans un tel écoulement est que le gradient méridien du PV de l'écoulement change de signe dans le domaine. C'est le critère de Rayleigh (équivalent du critère de Charney-Stern-Pedlosky de l'instabilité barocline). C'est une condition nécessaire mais pas suffisante. En outre, les perturbations amenées à croître sont telles que les isolignes de la fonction de courant perturbée sont de pente opposée à celle du cisaillement horizontal de l'écoulement grande échelle, comme cela a été montré dans l'analyse énergétique de la section 1.3.4 (ce mécanisme a été mis en évidence par Orr, 1907). Cependant, on n'observe pas de phénomène d'instabilité barotrope aux moyennes latitudes : la configuration des vents n'est en effet pas favorable à ce type d'instabilité, le gradient méridien de PV étant généralement de signe constant, sauf sur les bords du jet. Les études climatologiques de Black et Dole (2000) et Lee (2000) montrent en effet que le terme d'extraction barotrope de l'équation (1.16) est négatif en moyenne climatologique dans la plupart des régions du globe.

Par contre, des perturbations non modales peuvent se développer de façon transitoire dans le cadre barotrope (Farrell, 1987). Par exemple, on assiste à un renforcement des structures perturbées en haute troposphère lors de leur passage au-dessus des grandes chaînes de montagnes, par exemple au-dessus des Montagnes Rocheuses d'Amérique du Nord (Sanders, 1988). Ce renforcement correspond à un effet barotrope de croissance transitoire non modale. L'amont des Rocheuses est une zone de diffluence où les perturbations s'étirent selon l'axe sud/nord alors que l'aval est une zone de confluence où il y a contraction des perturbations. Cette contraction est liée à un changement d'orientation des axes de déformation de l'écoulement grande échelle lors du passage de la zone de diffluence à la zone de confluence. Cette contraction est alors associée à un renforcement des structures perturbées, rendant la région en aval des Rocheuses propice à la cyclogénèse de type B (Farrell, 1989b; Schultz et Sanders, 2002). Ce mécanisme est confirmé par les cartes climatologiques du terme d'extraction barotrope de Black et Dole (2000). On peut aussi avoir une telle phase de croissance transitoire en traversant le courant-jet du sud vers le nord, dans des régions particulières du jet où il y a changement de direction des axes de déformation, par des effets barotropes non linéaires, comme cela a été montré par Rivière (2008) et comme on le verra dans la suite.

### 1.4.2 Sensibilité des ondes baroclines aux composantes barotropes de l'écoulement

En plus d'induire des effets purement barotropes, les inhomogénéités horizontales de l'écoulement grande échelle ont aussi un effet sur l'instabilité barocline. On distinguera les effets linéaires, mis en évidence dans le cadre d'études d'instabilité linéaire, des effets non linéaires.

Parmi les études idéalisées d'instabilité linéaire menées pour identifier l'effet des inhomogénéités horizontales de l'écoulement grande échelle sur les ondes baroclines, certaines se sont focalisées sur l'effet des inhomogénéités méridiennes. Ainsi, James (1987) et Davies et al. (1991) ont montré que le cisaillement méridien de l'écoulement atténue la croissance des modes normaux baroclines. James (1987) explique cette atténuation par une réduction de la capacité des structures à extraire de l'énergie potentielle à l'écoulement grande échelle en présence de cisaillement, ainsi que par une perte d'énergie par les structures à cause de l'interaction barotrope elle-même.

D'autres études se sont focalisées sur les effets linéaires des inhomogénéités zonales de l'écoulement. Dans le cadre d'un écoulement zonalement inhomogène, Pierrehumbert (1984) a formellement distingué deux types de modes normaux : les modes locaux et les modes globaux (voir aussi Cai et Mak, 1990). Pierrehumbert (1984) s'est inspiré des travaux de Merkine (1977) en dynamique des fluides géophysiques, qui distinguait l'instabilité « absolue », dont relèvent les modes locaux, et l'instabilité « convective », qui correspond plutôt aux modes globaux. Les modes locaux sont caractérisés par une croissance localisée de l'énergie perturbée. Cette croissance ne résulte pas de l'apport d'énergie par des structures perturbées venant de l'amont comme c'est par exemple le cas dans la cyclogénèse de type B : elle dépend uniquement de la configuration locale de l'écoulement. Autrement dit, la croissance des modes locaux ne dépend pas des conditions aux limites de l'écoulement. Ainsi, le vent zonal moyen de l'écoulement est une entrave à la croissance de modes locaux : en effet, le vent zonal moyen tend à advecter les structures perturbées en aval de la zone de l'écoulement dans laquelle elles se sont développées, ce qui a pour effet d'atténuer leur croissance. Les modes locaux diffèrent des modes globaux, dont la croissance dépend de la configuration de l'écoulement sur tout le domaine. La croissance des modes globaux est en fait déterminée par les conditions aux limites de l'écoulement, qui doivent être périodiques (Pierrehumbert, 1984). Dans le processus de cyclogénèse de type B de Petterssen et Smebye (1971), on peut identifier la croissance de la structure perturbée de surface à une croissance globale (Whitacker et Barcilon, 1992), dans la mesure où cette croissance est conditionnée par la propagation d'ondes de haute troposphère (cette propagation étant permise par la périodicité du domaine dans les modèles) qui, arrivant dans une zone de forte baroclinie, vont amplifier l'anomalie de surface. De manière assez cohérente avec l'étude de Whitacker et Barcilon (1992) qui mettent en avant le rôle joué par les ondes qui se propagent dans la haute troposphère dans la cyclogénèse, Lin et Pierrehumbert (1993) soulignent le fait que l'atmosphère réelle n'est pas instable de manière absolue,

autrement dit que l'existence des modes strictement locaux, c'est-à-dire associés à une vitesse de groupe rigoureusement nulle, n'est pas permise à cause du vent zonal moyen qui advecte les structures.

Les inhomogénéités horizontales de l'écoulement grande échelle ont également des effets non linéaires sur les structures perturbées baroclines. Des études ont mis en évidence la sensibilité non linéaire des ondes baroclines au cisaillement méridien de l'écoulement et à ses inhomogénéités zonales (Simmons et Hoskins, 1980; Davies et al., 1991; Thorncroft et al., 1993; Wernli et al., 1998; Schultz et al., 1998).

On observe un premier type d'évolution, dite de Shapiro et Keyser (1990), pour les perturbations synoptiques évoluant dans un environnement sans cisaillement (Davies et al., 1991; Wernli et al., 1998) ou dans une zone confluyente (Schultz et al., 1998). Thorncroft et al. (1993) qualifient leur cycle de vie de type LC1, et décrivent une structure frontale en forme de T et un maximum de vorticité cyclonique en forme de marteau le long du front chaud qui s'incurve (figures 1.12a,b). Un deuxième type d'évolution correspond au cas d'un environnement de cisaillement cyclonique (cycle de vie LC2 d'après Thorncroft et al., 1993) : la perturbation synoptique se caractérise par une occlusion frontale (le front froid et le front chaud se rejoignent) et un maximum de vorticité en forme de virgule, qui s'enroule vers l'intérieur de la zone d'air chaud (figures 1.12c,d). En comparant les figures 1.12a,b et 1.12c,d, on constate que le cisaillement cyclonique a pour effet de faire pivoter le front froid dans une direction nord-ouest/sud-est, au lieu de la direction nord-sud du cas LC1. Par ailleurs, la tempête visible sur l'image satellite de la figure 1.5 au large de l'Ecosse semble être du type LC2. En outre, le modèle de cyclone de Bergen (Bjerknes et Solberg, 1922) s'applique davantage pour des cyclones évoluant dans un cisaillement cyclonique (Davies et al., 1991; Wernli et al., 1998) ou dans une zone diffluyente (Schultz et al., 1998). On observe enfin un troisième type d'évolution, pour les perturbations synoptiques évoluant dans un environnement de cisaillement anticyclonique (Davies et al., 1991; Wernli et al., 1998) et dont le cycle de vie est appelé LC3 par Shapiro et al. (1999). Elles sont caractérisées par un front froid allongé, un front chaud relativement court et peu marqué et un filament de vorticité cyclonique le long du front froid (figures 1.12e,f).

### 1.4.3 Un écoulement inhomogène particulier : le rapide de vent (jet streak)

Les rapides de vent correspondent à des zones de maximum de vent localisées spatialement, parsemant les courants-jets. Comme elles correspondent aussi à des zones de fort cisaillement vertical de vent, elles sont des zones propices à la cyclogénèse. Dans cette section, nous allons analyser les propriétés du rapide de vent en utilisant le diagnostic de la vitesse verticale, tel que cela a été fait par Uccellini (1979) (ou encore Uccellini, 1990).

La figure 1.13 résume la circulation autour d'un rapide de vent. La circulation agéostrophique, déduite de l'équation (1.1), s'écrit (en négligeant  $\beta$ ) comme  $\vec{V}_a = \frac{1}{f_0} \vec{k} \times \frac{D_g \vec{V}_g}{Dt}$ . La zone d'entrée du rapide de vent est donc marquée par une composante

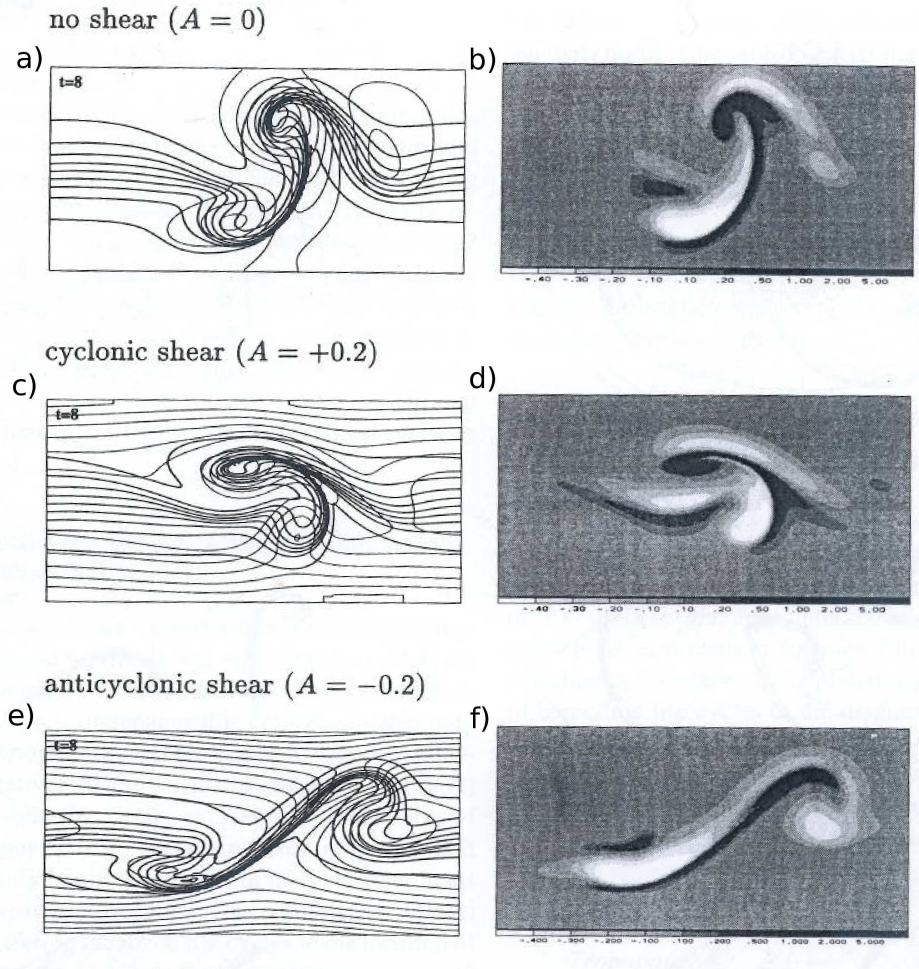


FIGURE 1.12 – Résultats de simulations dans le plan  $f$ , dans un cadre semi-géostrophique, de trois types de cyclones idéalisés, à  $t=8$  (environ 4 jours). (a),(b) : le cyclone de type LC1 (écoulement de base sans cisaillement). (c),(d) : le cyclone de type LC2 (cisaillement  $+0.2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). (e),(f) : le cyclone de type LC3 (cisaillement  $-0.2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). (a),(c),(e) : isolignes des champs de température et de pression. (b),(d),(f) : distribution de la vorticité relative, avec les régions cycloniques en foncé et anticycloniques en clair. D'après Wernli (1995).

agéostrophique transverse dirigée vers le côté froid (cyclonique) du jet. A la sortie du rapide, elle est dirigée dans le sens opposé (figure 1.13a). Cette composante correspond à la branche supérieure d'une circulation transverse dans le sens direct à l'entrée du rapide de vent et indirect à la sortie. Cette circulation est définie par un mouvement vertical ascendant du côté chaud (anticyclonique) à l'entrée du rapide de vent et du côté froid (cyclonique) à la sortie (figure 1.13b). Notons que ces deux régions correspondent à des zones d'advection positive de vorticité en altitude ( $-\vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} \zeta_g > 0$ ) (PVA, figure 1.13c), comme c'était le cas en aval du thalweg d'altitude de l'onde idéalisée de la figure 1.10. On peut aussi raisonner avec les vecteurs  $\mathbf{Q}$  définis par l'équation (1.14) page 27. Ils sont dirigés vers le sud à l'entrée du rapide de vent et vers le nord à sa sortie : ils convergent du côté chaud de l'entrée et du côté froid de la sortie du rapide de vent, qui sont donc des zones d'ascendance (figure 1.13b). L'entrée côté chaud et la sortie côté

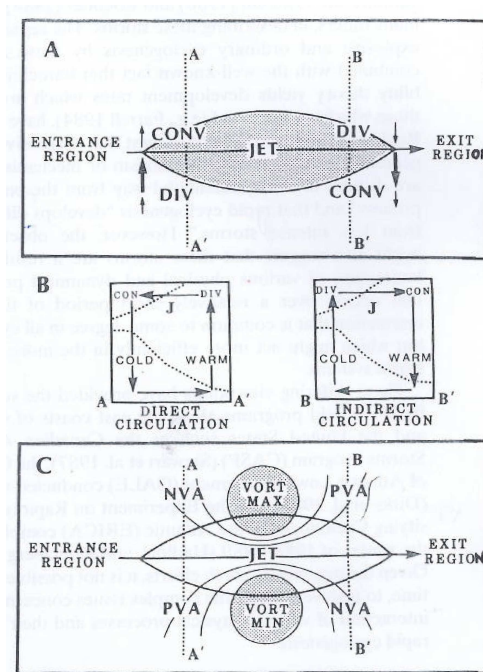


FIGURE 1.13 – (a) Schéma du vent agéostrophique transverse et des zones associées de divergence (DIV) et de convergence (CONV) de  $\vec{V}_a$ , à l'entrée et à la sortie d'un rapide de vent rectiligne, d'après Bjerknes (1951). (b) Circulation agéostrophique transverse à l'entrée (section AA') et à la sortie (section BB') du rapide de vent, avec les zones de convergence et divergence en haute troposphère associées. Ces sections incluent deux isentropes (pointillées) et la position du noyau de vent (J). (c) Positions des maxima et minima de vorticité relative, avec PVA et NVA indiquant les zones d'advection positive et négative de vorticité (respectivement). D'après Riehl et al (1952). Ces trois schémas sont issus de Kocin et Uccellini (1990) et Uccellini (1990).

froid du rapide de vent apparaissent donc comme des zones potentiellement propices à la cyclogénèse.

Ce mécanisme de cyclogénèse explosive à la sortie gauche d'un jet streak a été mis en évidence dans des cas réels, comme dans l'étude climatologique de Clark et al. (2009) sur les  v nements tempétueux aux Etats-Unis entre 1994 et 2004 ou plus r ecemment dans le cas de la tempête méditerranéenne (m dicane) du 26 septembre 2006 (Chaboureau et al., 2011). Notons par ailleurs que le rapide de vent tel qu'il est vu par Uccellini (1979) est une structure synoptique (qui évolue donc à l'échelle de quelques jours), associée à l'écoulement total. Or, d'autres auteurs désignent le rapide de vent par une structure de plus grande échelle (donc d'évolution moindre sur quelques jours) : c'est par exemple le cas dans l'étude idéalisée de Cai et Mak (1990), et le pic de vent zonal à l' ntree du Pacifique (vers 30 N, figure 1.2 page 16) est un exemple réel d'une telle structure grande échelle. On verra dans la section suivante que les deux raisonnements sont incompatibles.

Les inhomogénéités horizontales de l'écoulement grande échelle, autrement dit le champ de déformation barotrope grande échelle, modulent donc l'amplitude et la localisation des systèmes synoptiques baroclines perturbés, à travers des effets barotropes



transitoires linéaires et non linéaires. Le rapide de vent est une configuration particulière sur laquelle nous reviendrons par la suite.

## 1.5 Motivations et objectifs de la thèse

Nous venons de voir l'importance du champ de déformation grande échelle dans la cyclogénèse, que ce soit dans son intensité ou dans sa localisation spatiale. Le comportement récurrent de certaines dépressions de surface au sein du courant-jet que nous allons décrire ci-dessous, et qui motive mon travail, est un parfait exemple du rôle joué par l'écoulement grande échelle, en particulier par sa structure horizontale, dans la canalisation et l'intensification des dépressions de surface.

Il s'avère qu'un certain nombre des tempêtes hivernales qui ont frappé l'Europe de l'Ouest ces dernières années ont traversé le courant-jet de son côté chaud vers son côté froid tout en connaissant une phase d'intensification très rapide juste après la traversée du jet. C'est par exemple le cas de la tempête Lothar (Wernli et al., 2002; Rivière et Joly, 2006b) et de la plupart des tempêtes de la campagne FASTEX. Il semblerait en fait que la trajectoire et la croissance explosive des tempêtes à la traversée soient fortement contraintes et déterminées par le champ de déformation horizontale du courant-jet (Rivière et Joly, 2006a). La figure 1.14 montre l'exemple de la POI17 de FASTEX (Rivière et Joly, 2006a). La dépression de surface traverse le courant-jet de son côté sud vers son côté nord. De plus, son cycle de vie est complexe puisqu'elle s'étire tout en s'affaiblissant avant la traversée (figures 1.14a,b) puis elle se contracte tout en se régénérant juste après la traversée (figures 1.14c,d,e) et enfin elle s'étire à nouveau après la traversée (figure 1.14f).

Beaucoup de questions restent ouvertes, que ce soit sur la phase de cyclogénèse proprement dite, qui est loin d'être expliquée par la théorie linéaire de l'instabilité barocline (Descamps et al., 2007), ou sur la phase de maturation avec la traversée du courant-jet, qui ne peut être reproduite par des modes instables. C'est sur ce second aspect, c'est-à-dire sur la phase de maturation, que porte essentiellement mon travail. Comment, au-delà de l'instabilité barocline, les non-linéarités, combinées à un écoulement grande échelle de structure complexe horizontalement, peuvent-elles expliquer la traversée (et plus généralement la trajectoire) et le creusement des dépressions de surface juste après la traversée du jet ? C'est là la question essentielle qui motive mon travail de thèse.

De nombreux auteurs se sont intéressés aux trajectoires des dépressions des moyennes latitudes pour une meilleure compréhension du storm-track (Wallace et al., 1988; Hoskins et Hodges, 2002), mais peu semblent avoir approfondi le fait que les tempêtes traversent le courant-jet grande échelle de l'équateur vers le pôle. Rivière (2008) a certes reproduit le cas de la POI17 dans un cadre numérique barotrope, et a prouvé le rôle des effets combinés de la déformation horizontale de l'écoulement grande échelle et des non-linéarités dans le déplacement des perturbations synoptiques à travers le courant-jet, mais il n'a pas identifié le mécanisme associé. En fait, c'est surtout dans le contexte des cyclones tropicaux dans l'atmosphère tropicale barotrope que le déplacement méridien



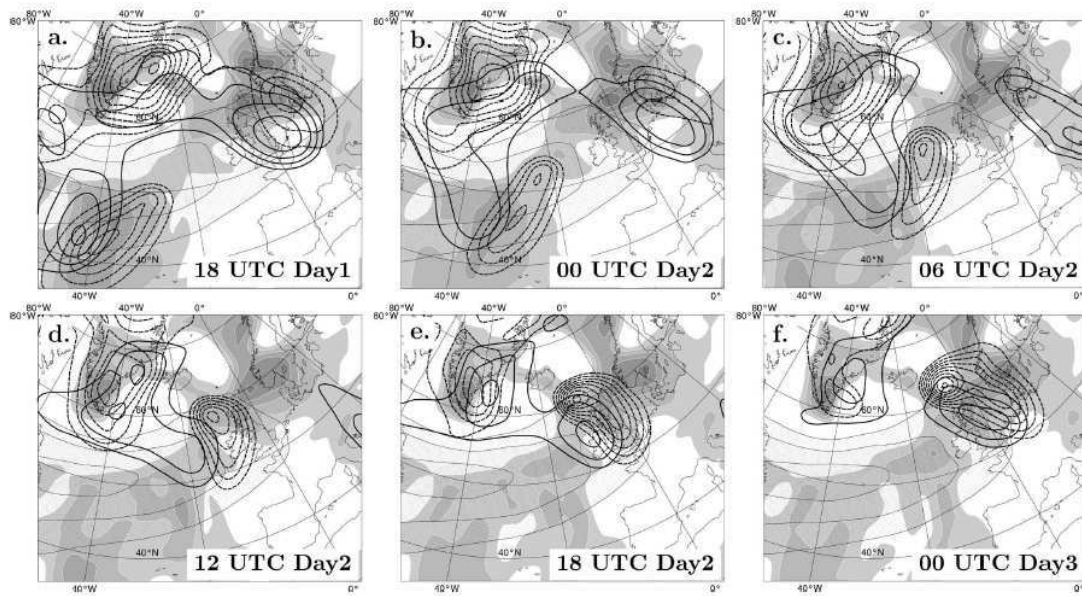


FIGURE 1.14 – Vent basse fréquence à 350 hPa supérieur à  $30 \text{ m.s}^{-1}$  (contours fins), valeurs positives du champ de déformation effective de l'écoulement basse fréquence à 350 hPa (ombré), valeurs négatives du géopotentiel haute fréquence à 350 hPa (contours épais) et du géopotentiel haute fréquence à 900 hPa (contours épais). (a) 18.00 UTC Jour 1, (b) 00.00 UTC Jour 2, (c) 06.00 UTC Jour 2, (d) 12.00 UTC Jour 2, (e) 18.00 UTC Jour 2, (f) 00.00 UTC Jour 3. Les champs basse fréquence sont issus de la moyenne du champ total sur 8 jours (autour de la date considérée) et les champs haute fréquence correspondent à la différence entre le champ total et le champ basse fréquence (réanalyses FASTEX de Météo-France). D'après Rivière et Joly (2006a).

des structures tourbillonnaires a été étudié : il a été appelé  $\beta$ -drift (Holland, 1983). Ce concept de  $\beta$ -drift est aussi utilisé en océanographie pour caractériser le déplacement des tourbillons océaniques : c'est d'ailleurs dans ce contexte qu'il a été introduit par McWilliams et Flierl (1979).

Gilet et al. (2009) ont mis en évidence l'importance du  $\beta$ -drift dans le cas d'une atmosphère barocline des moyennes latitudes. Ils ont montré, dans le cadre simple d'un modèle à deux couches, que ce sont les non-linéarités en présence d'un gradient méridien de PV moyenné sur la verticale positif qui permettent la traversée d'un jet zonal par une perturbation cyclonique de surface. Cependant, le courant-jet zonal de l'étude de Gilet et al. (2009) est assez éloigné de la structure des écoulements réels qui eux possèdent des zones de confluence et de diffluence ainsi que des méandres (voir figure 1.14). La question de comment les effets non linéaires agissent dans un champ de déformation non trivial reste donc ouverte. Comme nous l'avons rappelé dans ce chapitre, il existe bien entendu des études idéalisées des effets du champ de déformation de l'écoulement grande échelle sur les perturbations synoptiques et leur trajectoire dans le domaine des moyennes latitudes. Il en existe aussi dans le cas des cyclones tropicaux ou encore en dynamique des fluides géophysiques. Mais ces études analysent soit les effets non linéaires dans des champs de déformation très simples, soit la dynamique linéaire dans des champs de déformation légèrement plus complexes. L'objectif de cette thèse est donc d'approfondir le concept de  $\beta$ -drift pour les dépressions des moyennes latitudes dans un contexte plus réaliste, et notamment de mieux comprendre la façon

dont le  $\beta$ -drift non linéaire et les effets de la déformation se combinent pour engendrer la traversée du courant-jet par les dépressions de surface des moyennes latitudes.

En parallèle de la question du déplacement d'une dépression de surface à travers le courant-jet, se pose la question de son creusement à la traversée. On voit sur la figure 1.14 que la traversée coïncide avec la sortie gauche du courant-jet. Beaucoup de synopticiens ont donc conclu que cette régénération s'expliquait par une simple analogie avec la sortie froide du jet streak qui s'avère être une région favorable à la cyclogénèse (Uccellini, 1990, section 1.4.3). Cependant, comme l'ont souligné Rivière et Joly (2006a), le parallèle entre un jet streak (défini comme un maximum de vent de l'écoulement total) et le courant-jet grande échelle (qui correspond à l'écoulement basse fréquence) ne semble pas suffisant pour expliquer la phase de creusement des dépressions de surface à la sortie gauche du courant-jet grande échelle (cet aspect a également été évoqué par Baehr et al., 1999). Nous y reviendrons à la fin du chapitre 3. Rivière et Joly (2006a) ont montré que le creusement de la dépression de surface lors de la POI17 correspondait à une relance de l'interaction barocline ainsi qu'à des effets barotropes (Rivière, 2008). Dans leur étude, Gilet et al. (2009) ont reproduit la régénération barocline d'une perturbation cyclonique de surface à la traversée d'un courant-jet zonal, mais les effets de la dynamique barotrope sont restés négligeables, contrairement au cas réel de la POI17. Mon second objectif consiste donc à reproduire le cycle de vie énergétique de la POI17 dans un écoulement avec méandres, plus proche des écoulements réels que celui de Gilet et al. (2009).

Dans le chapitre 2, on identifie le mécanisme responsable du déplacement des dépressions de surface perpendiculairement au courant-jet grande échelle. On utilise pour cela un modèle barotrope quasi-géostrophique (Phillips, 1951), dans lequel des perturbations d'amplitude finie (tourbillons) évoluent au sein d'un écoulement maintenu stationnaire, qui modélise un écoulement grande échelle évoluant peu pendant le cycle de vie des perturbations. On regarde l'effet de la déformation associée à cet écoulement grande échelle sur le déplacement des tourbillons cycloniques, en complexifiant l'écoulement au fur et à mesure de notre démarche, afin de le rendre de plus en plus réaliste.

Dans le chapitre 3, on généralise à une atmosphère barocline le mécanisme identifié dans le contexte barotrope. Dans le modèle à deux couches de Phillips (1951), on étudie la traversée par un tourbillon cyclonique de surface d'un courant-jet avec méandres et instable barocliniquement. Le champ de déformation horizontale du courant-jet avec méandres est proche de celui des écoulements réels, afin d'être en mesure de reproduire la traversée et le cycle de vie énergétique de tempêtes réelles, comme celle de la POI17 de FASTEX.

Enfin, on dressera nos conclusions en mettant en évidence l'originalité de l'approche suivie dans cette thèse et les résultats nouveaux qu'elle a apportés, et on évoquera les perspectives possibles dans le cadre d'une éventuelle poursuite de notre travail.

## Chapitre 2

# Trajectoire des perturbations cycloniques dans un environnement barotrope

Dans ce chapitre, on cherche à identifier les mécanismes à l'origine du déplacement des dépressions de surface à travers le courant-jet grande échelle des moyennes latitudes. Dans ce contexte, il est intéressant de se pencher sur la littérature qui discute du déplacement des cyclones tropicaux vers le nord, dans un environnement barotrope. Nous allons donc commencer par en présenter les principaux aspects, ce qui va nous permettre de dégager un paramètre clé dans le mouvement méridien des cyclones tropicaux, à savoir le gradient méridien de la vorticité potentielle (notée PV par la suite) grande échelle qui pilote ce qui a été appelé le  $\beta$ -drift. Nous montrerons ensuite que ce concept de  $\beta$ -drift a également été appliqué aux tourbillons océaniques et qu'il a aussi fait l'objet d'études expérimentales.

Dans un second temps, nous évoquerons les études qui ont été menées sur le déplacement des structures tourbillonnaires (cyclone tropical ou tourbillon océanique) en présence d'un écoulement grande échelle du type courant-jet.

Les études sur les cyclones tropicaux, ainsi que celle de Riv re (2008) aux moyennes latitudes ont montré que la déformation influe sur la trajectoire des perturbations synoptiques. Il semble donc logique, dans un troisième temps, de présenter l'état de la littérature concernant l'effet de la déformation horizontale sur la forme des structures tourbillonnaires, notamment dans le cadre de la dynamique des fluides géophysiques (GFD). Puis nous introduirons le formalisme associé aux effets de déformation dont nous aurons besoin par la suite.

Disposant alors des deux paramètres clés dans le déplacement méridien des perturbations dans un écoulement grande échelle, à savoir le gradient méridien de PV et le champ de déformation horizontal, nous présenterons nos travaux menés dans un cadre barotrope et visant à mieux comprendre l'effet combiné de ces deux paramètres sur la trajectoire des dépressions des moyennes latitudes. Ils sont présentés dans l'article intitulé *On the northward motion of midlatitude cyclones in a barotropic meandering jet*, paru dans le Journal of Atmospheric Sciences en juin 2012.

## 2.1 Effet du gradient méridien de PV sur la trajectoire des cyclones tropicaux et des tourbillons océaniques

### 2.1.1 Le beta-drift des cyclones tropicaux

Mieux comprendre la trajectoire des cyclones tropicaux est l'une des problématiques les plus importantes dans la prévision du temps. Elle a fait l'objet de nombreuses études théoriques et pratiques, l'aspect essentiel étant l'interaction entre le cyclone et son environnement. On note les quantités dynamiques reliées au cyclone ( $'$ ) (dans le sens d'écoulement perturbé) et celles reliées à l'environnement ( $\bar{\phantom{x}}$ ). L'évolution de l'écoulement peut être décrite par l'équation de vorticité barotrope, qui s'écrit, sous réserve de quelques approximations ( coulement non-divergent, pas de dissipation) :

$$\frac{\partial (\bar{\zeta} + \zeta')}{\partial t} = - \left( \vec{v} + \vec{v}' \right) \cdot \vec{\nabla} (\bar{q} + \zeta'), \quad (2.1)$$

avec  $\bar{q} = \bar{\zeta} + f$ , et qui devient, en considérant que l'environnement seul vérifie (2.1) :

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \zeta' - \vec{v}' \cdot \vec{\nabla} \bar{q} - \vec{v}' \cdot \vec{\nabla} \zeta'. \quad (2.2)$$

#### 2.1.1.1 Rôle du gradient de vorticité planétaire

Un exemple simple de l'effet du gradient de vorticité potentielle de l'environnement est l'effet du gradient de la vorticité planétaire sur le mouvement d'un cyclone. On suppose le gradient de vorticité relative  $\bar{\zeta}$  nul (c'est le cas par exemple dans un écoulement au repos ou uniforme). L'équation (2.2) devient :

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \zeta' - \vec{v}' \cdot \vec{\nabla} f - \vec{v}' \cdot \vec{\nabla} \zeta'. \quad (2.3)$$

#### Un déplacement vers le nord-ouest

Rossby (1948) a étudié l'effet de la rotation de la Terre sur le mouvement d'un cyclone tropical et a conclu que la variation latitudinale du paramètre de Coriolis  $f$  (l'effet  $\beta$ ) provoque un déplacement des cyclones axisymétriques vers les pôles. Ce déplacement vers les pôles a été amplement confirmé par de nombreuses études. Adem (1956) a montré analytiquement (solution en série de Taylor) qu'à cause de la variation  $\beta$  du paramètre de Coriolis, un cyclone barotrope non-divergent placé dans une atmosphère au repos se déplace vers le nord-ouest. Adem et Lezama (1960) retrouvent analytiquement ce résultat dans un écoulement uniforme (vers l'ouest comme les alizés), dans un modèle non-divergent et divergent. Anthes et Hoke (1975) utilisent un modèle numérique barotrope non-divergent puis divergent initialisé avec un cyclone axisymétrique dans une atmosphère au repos, et retrouvent le déplacement vers le nord-ouest à des vitesses entre 1 et 3 m.s<sup>-1</sup> pour des paramètres réalistes.

Holland (1983) explique analytiquement ce déplacement vers le nord-ouest par deux effets, en raisonnant d'abord sans écoulement de base (on entend par écoulement de

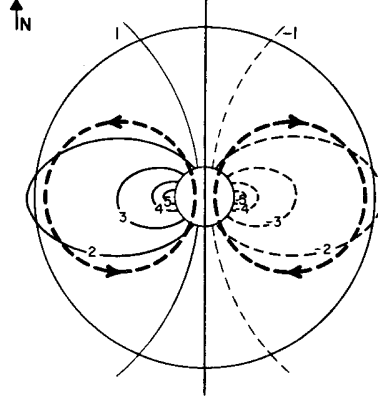


FIGURE 2.1 – Champ du taux de variation instantanée de la vorticité  $\partial_t \zeta$  (en unités arbitraires), centré sur un cyclone symétrique, non-divergent, dans l’hémisphère nord, sur le  $\beta$ -plan, sans écoulement de base. Les lignes épaisses schématisent la circulation secondaire. D’après Holland (1983).

base l’écoulement associé à l’environnement). L’advection de la vorticité planétaire par les vents azimutaux est à l’origine d’un déplacement vers l’ouest. C’est un effet linéaire qui correspond au terme  $-\vec{v}' \cdot \vec{\nabla} f$  de l’équation (2.3) : on parle d’effet  $\beta$  linéaire. Cet effet est associé à une circulation secondaire, anticyclonique à l’est et cyclonique à l’ouest (figure 2.1). Le vent de sud résultant autour du centre du cyclone l’advection alors vers le pôle. C’est un effet non linéaire, qu’on peut associer au terme  $-\vec{v}' \cdot \vec{\nabla} \zeta'$  de l’équation (2.3). C’est ce déplacement non linéaire vers le nord qu’on appelle le  $\beta$ -drift. Holland (1983) montre que dans un écoulement de base uniforme, ces deux effets se superposent à l’effet d’advection par l’écoulement de base, associé au terme  $-\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \zeta'$  de l’équation (2.3).

Cependant, Chan et Williams (1987) nuancent le résultat de Holland (1983) en montrant que l’effet  $\beta$  linéaire étire le cyclone vers l’ouest mais avec un très faible déplacement du centre du cyclone vers l’ouest. C’est l’effet non linéaire qui donne naissance à un déplacement du cyclone vers le nord et en même temps vers l’ouest. Pour comprendre cette observation, il est nécessaire d’affiner la décomposition de l’écoulement mise en place dans les équations (2.1), (2.2) et (2.3).

### La circulation asymétrique (gyres)

Pour comprendre cet effet non linéaire, on peut reprendre la décomposition de l’écoulement perturbé proposée par Fiorino et Elsberry (1989b) entre une circulation symétrique représentant le cyclone et une circulation asymétrique résultant de l’interaction entre le cyclone et l’environnement  $(\bar{\zeta})$ . La circulation asymétrique consiste principalement en deux gyres de sens de circulation opposés (figure 2.2). Une caractéristique essentielle de cette circulation est l’écoulement quasi-uniforme entre les gyres, qui advecte le cyclone. Le mécanisme de propagation peut alors être décrit dynamiquement en décomposant la vorticité totale en une partie symétrique  $(\zeta_S)$ , asymétrique  $(\zeta_A)$  et un environnement  $(\bar{\zeta})$ . L’équation de la vorticité barotrope (2.1) s’écrit alors :

$$\frac{\partial (\zeta_S + \zeta_A + \bar{\zeta})}{\partial t} = -(\vec{v}_S + \vec{v}_A + \vec{v}) \cdot \vec{\nabla} (\zeta_S + \zeta_A + \bar{\zeta} + f). \quad (2.4)$$

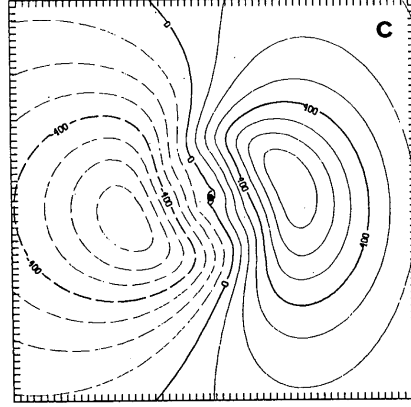


FIGURE 2.2 – Fonctions de courant asymétriques ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ) à 24 h, d’après une simulation de Fiorino et Elsberry (1989b). Le domaine est centré sur le cyclone. Les valeurs positives (négatives) indiquent les fonctions de courant anticycloniques (cycloniques). D’après Fiorino et Elsberry (1989b).

En supposant que l’environnement seul vérifie cette équation, les termes  $\partial_t \bar{\zeta}$  et  $-\vec{v} \cdot \vec{\nabla}(f + \bar{\zeta})$  se simplifient. De plus, en supposant que le gradient de vorticité relative de l’environnement est nul, en tenant compte du caractère axisymétrique du cyclone qui entraîne  $\vec{v}_S \cdot \vec{\nabla} \zeta_S = 0$  et en négligeant le terme  $\vec{v}_A \cdot \vec{\nabla} \zeta_A$ , l’équation (2.4) devient :

$$\frac{\partial (\zeta_S + \zeta_A)}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} (\zeta_S + \zeta_A) - \vec{v}_S \cdot \vec{\nabla} f - \vec{v}_A \cdot \vec{\nabla} f - \vec{v}_A \cdot \vec{\nabla} \zeta_S - \vec{v}_S \cdot \vec{\nabla} \zeta_A. \quad (2.5)$$

En supposant l’environnement au repos, il vient :

$$\frac{\partial (\zeta_S + \zeta_A)}{\partial t} = SB + AB + ASVA + AAVS, \quad (2.6)$$

avec  $SB = -\vec{v}_S \cdot \vec{\nabla} f$ ,  $AB = -\vec{v}_A \cdot \vec{\nabla} f$ ,  $ASVA = -\vec{v}_A \cdot \vec{\nabla} \zeta_S$  et  $AAVS = -\vec{v}_S \cdot \vec{\nabla} \zeta_A$ .

Le terme  $SB$  correspond à l’advection de la vorticité planétaire par l’écoulement symétrique. C’est l’effet  $\beta$  linéaire et il est responsable de la formation initiale des gyres asymétriques. Les termes  $ASVA$  et  $AAVS$  correspondent à des processus non linéaires. Le premier est l’advection du cyclone symétrique par l’écoulement asymétrique entre les deux gyres (appelé « ventilation flow »). Le second correspond à un effet moins important, qui contrebalance le forçage de l’effet  $\beta$  linéaire : il est associé à une rotation de la circulation asymétrique par l’écoulement symétrique et tend ainsi à orienter l’écoulement entre les gyres vers le nord-ouest (dans l’hémisphère nord). La figure 2.3 résume l’effet des trois termes  $SB$ ,  $ASVA$  et  $AAVS$ . Ainsi, la composante vers l’ouest du déplacement du cyclone provient strictement d’un processus d’advection non linéaire et s’avère seulement indirectement relié aux effets linéaires. Cela contredit donc la théorie de Holland (1983), déjà remise en cause par Chan et Williams (1987).

Li et Wang (1994) ont procédé au même type de décomposition que Fiorino et Elsberry (1989b) (circulations symétrique et asymétrique) et ont fait apparaître, dans l’équation d’évolution de l’énergie cinétique asymétrique, un terme de conversion d’énergie de la circulation symétrique vers la circulation asymétrique, noté  $(K_{\psi_S}, K_{\psi_A}) =$

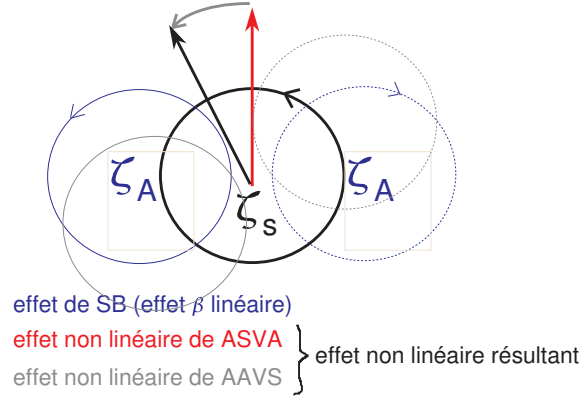


FIGURE 2.3 – Schéma récapitulatif des effets des termes  $SB$ ,  $ASVA$  et  $AAVS$  de l'équation (2.6), inspirée de Fiorino et Elsberry (1989b).

$CT_1 + CT_2$ . Le terme  $CT_2$ , appelé terme de conversion  $\beta$ , représente le transfert d'énergie cinétique du cyclone symétrique vers la circulation asymétrique induit par le forçage de  $\beta$ . Il est associé aux termes  $SB$  et  $AB$  de l'équation (2.6) et s'écrit :

$$CT_2 = - \left[ \beta \pi \int_0^{r_0} r \left( \frac{\partial R_s}{\partial r} \right) R_a dr \right] \sin(\alpha), \quad (2.7)$$

où  $r_0$  est le rayon d'intégration et avec les circulations symétrique et asymétrique (de nombre d'onde azimutal 1) s'écrivant, en coordonnées cylindriques  $(r, \lambda)$  :

$$\begin{aligned} \psi_s &= R_s(r), \\ \psi_a &= R_a(r) \cos(\alpha - \lambda) (\text{mode } 1), \end{aligned}$$

où  $R_s$  et  $R_a$  sont les amplitudes des circulations symétriques et asymétriques respectivement et  $\alpha$  désigne la position angulaire du centre de la gyre anticyclonique mesurée dans le sens trigonométrique depuis le nord.

Le taux de conversion  $CT_2$  est positif si  $\alpha$  appartient à  $(-\pi, 0)$ , autrement dit si la gyre anticyclonique est localisée à l'est du centre du cyclone (dans les quadrants nord-est ou sud-est). C'est le cas dans les simulations menées de Li et Wang (1994). Comme le soulignent Carr et Williams (1989), en sa seule présence, le cyclone devrait donc être amené à disparaître au profit des gyres (processus de génération des gyres par l'effet  $\beta$  linéaire). Ils montrent qu'un mécanisme de stabilisation barotrope permet le maintien du cyclone, grâce à une rétroaction négative qui transfère de l'énergie cinétique de la circulation asymétrique vers le cyclone. Ce transfert est aussi obtenu par Li et Wang (1994) (ils le notent  $CT_1$ ) et il est associé aux termes  $ASVA$  et  $AAVS$  de l'équation (2.6). Il se réécrit :

$$CT_1 = - \int_A \left[ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_{\psi_A} \left( \frac{\partial \psi_A}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial \omega_s}{\partial r} \right] dA. \quad (2.8)$$

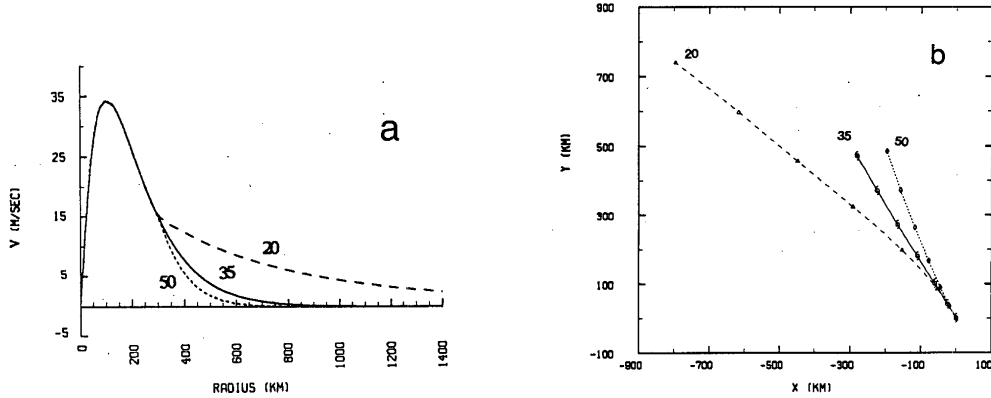


FIGURE 2.4 – (a) Profils de vent tangential avec des profils internes identiques et des profils externes différents (tirets courts, traits pleins ou tirets longs) (b) trajectoires correspondantes jusqu'à 72 h avec les mêmes motifs que (a) et des symboles le long des trajectoires toutes les 12 h. D'après Fiorino et Elsberry (1989b).

Il est déterminé par l'inclinaison entre les isolignes de la fonction de courant asymétrique et le cisaillement radial du vent angulaire symétrique  $\omega_S$  (défini comme le vent azimutal du cyclone symétrique divisé par la distance radiale depuis le centre du cyclone). On peut faire l'analogie avec le résultat bien connu de Farrell (1987) selon lequel dans un contexte linéaire barotrope non-divergent, une perturbation dans un écoulement zonal du type  $U = Sy$  gagne en énergie si  $-\int_A [(\partial_x y)_\psi (\partial_y \psi)^2 \partial_y U] dA > 0$ . Dit autrement, la perturbation se développe si, en moyenne, la pente des isolignes de la fonction de courant perturbée est opposée à celle du cisaillement horizontal (voir section 1.4.1). Li et Wang (1994) montrent numériquement que le terme  $CT_1$  est environ 5 fois plus faible que  $CT_2$ , et qu'il est négatif.

### L'effet de la structure du cyclone

Il n'y a pas eu d'études claires qui ont examiné séparément l'effet du profil du cyclone, celui de sa taille et celui de son intensité. Néanmoins, Fiorino et Elsberry (1989b) se sont intéressés à l'effet séparé du profil de vitesse de vent à l'intérieur et à l'extérieur du cyclone : les vents intérieurs sont les vents dans la zone du maximum de vent alors que les vents extérieurs sont les vents plus loin du centre du cyclone. On pourrait penser que les vents intérieurs reflètent l'intensité du cyclone alors que les vents extérieurs caractérisent sa taille. Fiorino et Elsberry (1989b) ont montré que la trajectoire est clairement dépendante du profil de vent extérieur et dans une moindre mesure, des changements de vent intérieur (en terme d'intensité). Un cyclone avec un vent extérieur d'autant plus fort se déplace d'autant plus vite et plus à l'ouest (figure 2.4). Par conséquent, le  $\beta$ -drift se fait d'autant plus ressentir que le cyclone est de grande taille. Ce résultat rejoint ceux de Holland (1984), DeMaria (1985) et Chan et Williams (1987). Notons qu'il faut modérer ces résultats puisque l'on change à la fois la vorticité totale et la décroissance de la vitesse entre les différents profils. Or, on sait que le  $\beta$ -drift dépend de la force de la vorticité et que dans les simulations linéaires, autrement dit quand le maximum de vent est assez petit, on n'observe pas de  $\beta$ -drift.



Le résultat de Fiorino et Elsberry (1989b) peut cependant être interprété par le mécanisme de stabilisation barotrope de Carr et Williams (1989), à l'aide des termes  $CT_1$  et  $CT_2$  de Li et Wang (1994). Un renforcement des vents intérieurs (intensité) accroît à la fois l'effet  $\beta$  et le cisaillement radial du vent angulaire symétrique, ce qui rend  $CT_2$  plus positif et  $CT_1$  plus négatif. La somme de ces deux termes varie alors relativement peu, autrement dit la circulation asymétrique change peu, d'où la dépendance limitée de la trajectoire du cyclone symétrique avec un changement d'intensité. Par contre, un renforcement des vents extérieurs amplifie principalement l'effet  $\beta$  c'est-à-dire le terme  $CT_2$  (peu d'effet sur  $CT_1$ ). Les gyres se renforcent et l'écoulement asymétrique entre les deux gyres advecte davantage le cyclone.

Par une décomposition en série de Fourier, Fiorino et Elsberry (1989a) ont étudié la contribution des petites ( $0 \leq \lambda \leq 500\text{km}$ ), moyennes ( $500 \leq \lambda \leq 1500\text{km}$ ) et grandes ( $\lambda > 1500\text{km}$ ) échelles associées au profil du cyclone initial sur sa trajectoire. Ils ont montré que les grandes échelles (qui correspondent en fait à l'écoulement extérieur) déterminent la vitesse de translation du cyclone mais pas sa direction. Au contraire, les petites et moyennes échelles (qui sont essentiellement à l'intérieur du cyclone) ont un effet significatif sur la direction du déplacement en influençant la rotation des gyres et donc l'orientation de l'écoulement entre les gyres. Ces résultats rejoignent ceux de Holland (1984), DeMaria (1985), Chan et Williams (1987) et Fiorino et Elsberry (1989b) qui ont constaté que des vents extérieurs plus forts (autrement dit une plus grande taille) engendrent un déplacement plus rapide du cyclone. Le fait qu'ils n'aient vu qu'un effet moindre de l'intensité du cyclone (force des vents intérieurs) s'explique par le choix du profil de leur cyclone initial. Ce profil était en effet composé essentiellement de grandes échelles, d'où la forte influence du vent extérieur. Les petites échelles avaient une faible contribution et en les modifiant, leur influence restait donc toujours faible (Shapiro et Ooyama, 1990).

### 2.1.1.2 Rôle du gradient de vorticité relative de l'environnement

Dans la section précédente, on considérait un environnement au repos, dans lequel le gradient de PV se résumait donc au gradient méridien de vorticité planétaire  $\beta$ . La présence d'un environnement de gradient de vorticité relative non nul provoque un effet se superposant à l'effet du gradient de la vorticité planétaire (effet  $\beta$ ), comme le montre le terme  $-\vec{v}' \cdot \vec{\nabla} \bar{q}$  de l'équation (2.2).

C'est Kuo (1950) qui, le premier, propose une généralisation de l'argument de Rossby en incluant l'effet des gradients de vorticité relative, qu'il quantifiera dans Kuo (1969), en montrant qu'un cyclone (modélisé par un cylindre axisymétrique) dans un environnement de vorticité potentielle non-uniforme (simple discontinuité) tend à se déplacer vers la région de plus forte vorticité potentielle.

L'étude du déplacement d'un cyclone tropical dans un écoulement soulève la question de la définition exacte du cyclone dont on observe le déplacement dans l'environnement. Kasahara (1957) le définit comme un tourbillon axisymétrique, invariant en forme et en intensité et qui se déplace à vitesse variable, et introduit alors la notion d'écoulement résiduel (ou steering flow), qui résulte de la soustraction du tourbillon

axisymétrique à l'écoulement total. Kasahara et Platzman (1963) et DeMaria (1985) montrent que le gradient de vorticité potentielle de l'écoulement résiduel provoque un déplacement du tourbillon avec une composante du mouvement à  $90^\circ$  à gauche du gradient de vorticité potentielle et une composante dans la direction du gradient de vorticité potentielle. George et Gray (1976), Brand et al. (1981) et Chan et Gray (1982) ont retrouvé ce lien entre les vents résiduels et la trajectoire des cyclones tropicaux à travers des études statistiques de cas réels.

Ceci correspond finalement à une généralisation de l'effet  $\beta$  mis en évidence dans la section précédente, qui consistait en un déplacement du cyclone à  $90^\circ$  à gauche du gradient de vorticité planétaire (vers l'ouest dans l'hémisphère nord) et un déplacement dans la direction du gradient de vorticité planétaire (vers le nord dans l'hémisphère nord). Ainsi, au lieu de la vorticité planétaire  $f$ , on considère la vorticité potentielle de l'environnement  $\bar{q}$  (voir équation (2.2)).

### 2.1.1.3 Rôle du cisaillement du vent de l'environnement

De nombreux auteurs (Ulrich et Smith, 1991; Smith, 1991; Williams et Chan, 1994; Wang et Li, 1995; Li et Wang, 1996; Wang et Li, 1997) ont examiné l'effet d'un cisaillement linéaire du vent horizontal sur le  $\beta$ -drift. Notons que le gradient de vorticité relative  $\bar{\zeta}$  associé à ce type d'environnement est nul. Ulrich et Smith (1991) et Williams et Chan (1994) ont montré que dans un écoulement zonal cisaillé méridionalement, une vorticité anticyclonique ( $\partial_y \bar{u} > 0$ ) (resp. cyclonique,  $\partial_y \bar{u} < 0$ ) accélère (resp. décélère) le  $\beta$ -drift, en terme de distance parcourue. Cette observation est directement liée à la structure des gyres qui diffère selon le sens du cisaillement, à cause d'une conversion d'énergie cinétique entre l'écoulement et les gyres qui dépend du cisaillement et qui, en fait, vise à le réduire (Wang et Li, 1995). Par contre, dans un écoulement méridien cisaillé longitudinalement, c'est le contraire : une vorticité anticyclonique ( $\partial_x \bar{v} < 0$ ) (resp. cyclonique,  $\partial_x \bar{v} > 0$ ) décélère (resp. accélère) le  $\beta$ -drift (Li et Wang, 1996). Ces résultats opposés indiquent que c'est donc le cisaillement de l'environnement plutôt que sa vorticité qui contrôle la vitesse du  $\beta$ -drift : un cisaillement de signe positif ( $\partial_y \bar{u} > 0$  ou  $\partial_x \bar{v} > 0$ , cas L1 et L4 sur la figure 2.5) accélère le  $\beta$ -drift alors qu'un cisaillement de signe négatif ( $\partial_y \bar{u} < 0$  ou  $\partial_x \bar{v} < 0$ , cas L2 et L3 sur la figure 2.5) ralentit le  $\beta$ -drift, par rapport au cas sans cisaillement (cas L0 sur la figure 2.5). En outre, la figure 2.5 montre que le cisaillement longitudinal de vent méridien  $\partial_x \bar{v}$  (cas L3 et L4) est plus efficace que le cisaillement méridional de vent zonal  $\partial_y \bar{u}$  (cas L1 et L2) dans le changement de direction du  $\beta$ -drift. Un cisaillement longitudinal de vent méridien avec une vorticité cyclonique ( $\partial_x \bar{v} > 0$ , cas L4) oriente le  $\beta$ -drift davantage vers l'ouest alors qu'une vorticité anticyclonique ( $\partial_x \bar{v} < 0$ , cas L3) l'oriente plutôt vers le nord. Wang et Li (1997) justifient cette tendance par un effet de rotation des  $\beta$ -gyres par l'écoulement cisaillé longitudinalement, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre dans le cas d'une vorticité cyclonique et dans le sens des aiguilles d'une montre dans le cas anticyclonique.

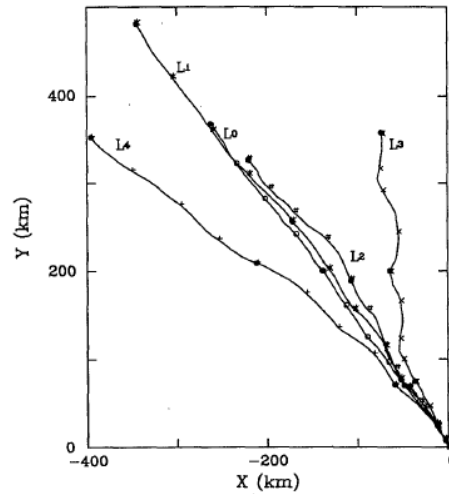


FIGURE 2.5 – Trajectoires du centre du cyclone dans le modèle shallow-water de Li et Wang (1996) (plan beta) dans un environnement au repos ( $L_0$ ), dans un écoulement zonal cisaillé méridionalement avec une vorticité anticyclonique ( $L_1$ ) et cyclonique ( $L_2$ ), et dans un écoulement méridien cisaillé longitudinalement avec une vorticité anticyclonique ( $L_3$ ) et cyclonique ( $L_4$ ).

### 2.1.2 Le beta-drift des tourbillons océaniques

Le concept de  $\beta$ -drift a en réalité été introduit en océanographie par McWilliams et Flierl (1979) pour des tourbillons océaniques. Ils ont notamment étudié les effets combinés de  $\beta$  et des non-linéarités dans un modèle équivalent barotrope quasi-géostrophique, en l'absence d'écoulement grande échelle. Dans ce cadre, ils ont mis en évidence un déplacement linéaire du tourbillon vers l'ouest, le tourbillon laissant une faible (par rapport au tourbillon) onde de Rossby dans son sillage : c'est la dispersion d'ondes de Rossby par effet  $\beta$  (Flierl, 1977). Pour un tourbillon cyclonique (anticyclonique), les structures perturbées initiales sont constituées d'une anomalie de PV positive (négative) à l'ouest du tourbillon et négative (positive) à l'est. Ces anomalies sont également appelées gyres. Pour des non-linéarités assez fortes, ils ont observé un déplacement vers le nord (sud) du tourbillon : aux anomalies à l'ouest et à l'est du tourbillon sont associées des circulations secondaires qui advectent le tourbillon vers le nord (sud). L'entraînement du tourbillon principal par les gyres asymétriques induites par l'effet  $\beta$  est appelé  $\beta$ -drift. Sutyrin et Flierl (1994) ont mené une étude analytique de la formation des gyres dans le cas de tourbillons axisymétriques définis comme des patches de PV constants, dans un modèle équivalent barotrope. Ils ont notamment mis en évidence la dépendance de la direction du déplacement du tourbillon avec sa taille relativement au rayon de déformation : quand le tourbillon est beaucoup plus petit que le rayon de déformation, il se déplace initialement vers le nord puis graduellement vers l'ouest, à cause de l'axisymétrisation de la PV par la rotation du fluide autour du tourbillon (correspond à la rotation des gyres par le tourbillon symétrique, montrée par Fiorino et Elsberry, 1989b, dans le contexte des cyclones tropicaux), alors que cette axisymétrisation de la PV conduit à un déplacement méridional négligeable (même initialement) du tourbillon lorsqu'il est de taille comparable au rayon de déformation.

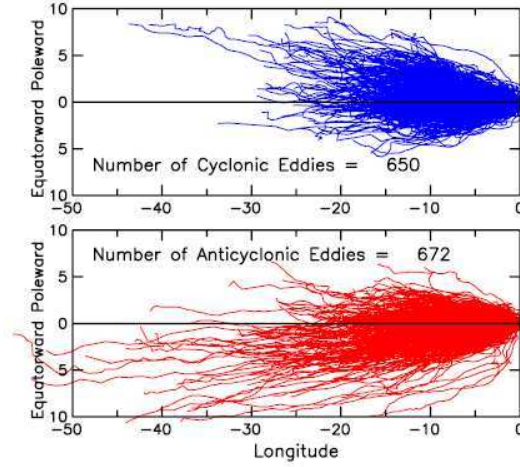


FIGURE 2.6 – Trajectoires des tourbillons cycloniques (bleu) et anticycloniques (rouge) de durée de vie supérieure à 12 semaines. D’après Chelton et al. (2007).

Le  $\beta$ -drift des tourbillons océaniques a aussi été mis en évidence dans des études menées à partir de données observationnelles altimétriques du niveau de la mer. Morrow et al. (2004) ont montré, à partir des données altimétriques recueillies entre 1996 et 2000, que dans l’océan Indien sud-est et, dans une moindre mesure, dans l’océan Atlantique sud-est, les tourbillons cycloniques (resp. anticycloniques) tendent à se propager vers l’ouest et vers le pôle (resp. l’équateur), résultat qu’ils ont interprété par le  $\beta$ -drift. On citera aussi l’étude de Chelton et al. (2007) qui, à partir de données altimétriques sur dix années sur l’océan global, ont montré la tendance des tourbillons cycloniques (resp. anticycloniques) à se déplacer vers les pôles (resp. l’équateur) (figure 2.6).

### 2.1.3 Etudes expérimentales

L’étude du déplacement des tourbillons océaniques a aussi fait l’objet d’études expérimentales. Firing (1976) a étudié l’évolution d’un tourbillon isolé (dans le sens où la vitesse tangentielle décroît plus vite que  $\frac{1}{r}$ ) dans une cuve tournante dont le fond est incliné de façon à simuler un paramètre de Coriolis non uniforme ( $\beta$  topographique). Ils ont observé qu’un tourbillon cyclonique disperse de l’énergie par génération d’ondes de Rossby et se propage vers « l’ouest » et que des effets non-linéaires créent une asymétrie « nord-sud » et provoquent son déplacement vers « le nord-ouest » (c’est le  $\beta$ -drift). Par ailleurs, Carnevale et al. (1991) ont étudié expérimentalement, et modélisé en utilisant les équations quasi-géostrophiques, l’évolution de deux types de tourbillons cycloniques dans une cuve tournante : un tourbillon non-isolé (généré par succion) et un tourbillon isolé (généré en remuant le fluide à l’intérieur d’un cylindre qu’on incorpore provisoirement). Pour reproduire  $\beta$ , ils travaillent d’abord avec un fond incliné, et montrent que les deux tourbillons se déplacent vers « le nord-ouest », le tourbillon isolé se déplaçant davantage vers « le nord » (voir aussi Flor et Eames, 2002). Avec un fond en forme de vallée conique, le fait que le tourbillon se déplace localement vers le « nord-ouest » implique qu’il se déplace vers l’extérieur avec une trajectoire en forme spirale dans le

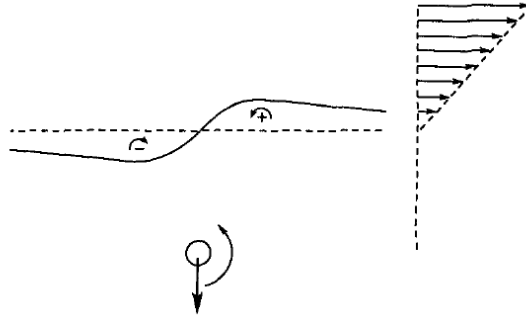


FIGURE 2.7 – Schéma décrivant l'interaction d'un tourbillon cyclonique avec un écoulement cisailé de vorticité anticyclonique. L'interface séparant la région de PV négative (au nord) et de PV nulle (au sud) est initialement zonale. Le profil de vent associé à cette configuration de PV est dessiné à droite. L'advection de PV par le tourbillon crée des anomalies de vorticité qui advectent le tourbillon vers le sud. D'après Bell et Pratt (1992).

sens cyclonique, alors que dans le cas d'une montagne conique, sa trajectoire est une spirale vers l'intérieur dans le sens anticyclonique (voir aussi Carnevale et al., 1988).

Stegner et Zeitlin (1998) utilisent un procédé différent pour reproduire l'effet  $\beta$  puisque c'est la forme parabolique que prend la surface du fluide contenu dans une cuve en rotation rapide qui génère  $\beta$ . Ils travaillent avec une fine couche de fluide (cadre du modèle shallow-water) et des tourbillons isolés. Quand l'élévation de liquide associée au tourbillon est faible (ce qui correspond à des tourbillons de faible taille par rapport au rayon de déformation), ils retrouvent le comportement dynamique observé par Carnevale et al. (1991) (régime quasi-géostrophique) alors que pour une forte élévation, ils observent un régime non-linéaire (agéostrophique) dans lequel le tourbillon se déplace strictement vers l'ouest, sans composante méridionale, en maintenant sa circulation symétrique (confirme le résultat théorique de Sutyrin et Flierl, 1994).

Les études sur la trajectoire des cyclones tropicaux et des tourbillons océaniques dans un cadre barotrope ont donc montré que la variation latitudinale  $\beta$  du paramètre de Coriolis, ou plus généralement le gradient méridien du PV grande échelle, est un paramètre clé dans leur déplacement méridien (les études du  $\beta$ -drift dans un cadre barocline seront présentées dans le chapitre 3). La section qui suit présente les études idéalisées qui ont été menées, dans un cadre barotrope, sur le déplacement d'un cyclone tropical ou d'un tourbillon océanique dans un écoulement grande échelle de type courant-jet.

## 2.2 Etudes de la traversée d'un courant-jet par une structure tourbillonnaire

L'étude de Stern et Flierl (1987) est l'une des premières études menées en océanographie sur la question de la traversée d'un courant-jet barotrope par un tourbillon. Ils considèrent un tourbillon ponctuel (défini par un dirac de PV) et ils étudient d'abord son interaction avec un « demi-jet ». Le mécanisme qu'ils dégagent est résumé par la

figure 2.7, qui montre un tourbillon cyclonique au sud d'un environnement de cisaillement de vorticité anticyclonique. L'interface séparant la région de PV nulle au sud et la région de PV négatif au nord (cette configuration correspond à une discontinuité de PV à l'interface où le gradient méridien de PV vaut moins l'infini) est advectée par le cyclone, ce qui crée des anomalies au niveau de l'interface (cyclonique en aval du tourbillon et anticyclonique en amont). Lorsque le tourbillon est initialement éloigné de l'interface, son interaction avec les anomalies induit un déplacement vers l'ouest par un effet linéaire. On pourrait l'interpréter par l'asymétrie des anomalies créées, l'anomalie anticyclonique étant plus forte que l'anomalie cyclonique. Lorsque le tourbillon est initialement proche du jet, les effets non linéaires deviennent importants et son interaction avec les anomalies se traduit par un déplacement vers le sud, c'est-à-dire loin du jet. Notons que ces anomalies correspondent en fait à des  $\beta$ -gyres créées au niveau de la discontinuité de PV. Dans un second temps, ils étudient l'interaction d'un tourbillon avec les deux côtés d'un jet (défini par une discontinuité de PV, positif au nord et de signe opposé au sud). Un tourbillon cyclonique placé du côté anticyclonique du jet est advecté vers le jet par les anomalies associées à l'onde qu'il excite au niveau de l'interface (s'explique par le même mécanisme que celui dégagé dans le cas du « demi-jet »).

Dans l'étude de Vandermeirsch et al. (2003a) de l'interaction entre un tourbillon et un jet zonal dans un modèle équivalent barotrope, le tourbillon est défini comme un patch de PV négative et il est placé initialement au nord du jet associé à une discontinuité de PV. La PV du jet est uniforme et positive au nord de l'axe du jet, et uniforme et de signe opposé au sud : le gradient de PV associé est donc nul partout sauf sur l'axe du jet où il est infini et dirigé vers le nord. Le jet ainsi que le tourbillon sont stables du point de vue de l'instabilité barotrope. Vandermeirsch et al. (2003a) ont montré que dans le plan  $f$ , les faibles tourbillons (c'est-à-dire de vorticité faible par rapport à celle du jet) se déplacent le long du jet sans le traverser, alors que les tourbillons plus forts peuvent traverser le jet en formant un dipôle avec un méandre cyclonique situé en aval et issu de la déformation de l'axe du jet par le tourbillon cyclonique, ou en formant des filaments. En outre, le fait de rajouter  $\beta$  ne suffit pas pour permettre la traversée de tous les tourbillons, notamment parce que le tourbillon disperse alors de l'énergie par génération d'onde de Rossby, et donc il s'affaiblit.

Le cas d'un courant-jet instable (changement de signe du gradient méridien de PV dans le domaine d'étude) a notamment été évoqué par Smith et Davis (1989) et Bell et Pratt (1992). Smith et Davis (1989) se sont intéressés à l'interaction entre un tourbillon et un courant-jet zonal d'ouest, tous deux de profil gaussien, dans un modèle barotrope puis équivalent barotrope. Dans le cas d'une configuration stable pendant la durée de leur simulation, ils montrent qu'un tourbillon cyclonique initialement au sud du courant-jet ne le traverse pas, même en présence de  $\beta$ , mais il est au contraire expulsé vers l'extérieur du jet (autrement dit il se déplace vers le sud). Ils observent la déformation de l'axe du courant-jet, comme Stern et Flierl (1987) et Vandermeirsch et al. (2003a), engendrant un anticyclone à l'est, au niveau de l'axe du jet. Cependant, le caractère négatif du gradient méridien de PV au sud du jet induit la création d'un tourbillon anticyclonique à l'ouest, entre le jet et le tourbillon, et qui advecte ce dernier vers le sud. Dans le cas d'une configuration plus instable, ils observent un phénomène de coalescence du tourbillon avec le jet lorsqu'une collision entre le tourbillon et un

méandre de même signe se produit.

L'interaction d'un courant-jet avec un tourbillon a été abordée plus récemment par Scheck et Jones (2011a,b), afin de mieux comprendre l'interaction entre un cyclone tropical et l'écoulement des moyennes latitudes pendant la transition extratropicale. Scheck et Jones (2011a) ont d'abord étudié, dans un modèle barotrope, l'interaction d'un cyclone avec un front orienté zonalement, représenté par une discontinuité de PV (sa configuration est en fait similaire à celle de l'étude de Vandermeirsch et al., 2003a, dans le plan  $f$ ). Ils ont montré que le cyclone excitait des ondes de Rossby piégées à l'interface entre les deux régions de PV différentes et qui influençaient le déplacement du cyclone : un cyclone localisé au sud du jet crée une configuration menant à son advection vers le nord et donc à la traversée du jet. Scheck et Jones (2011b) ont ensuite superposé une perturbation sinusoidale à la discontinuité de PV, l'écoulement associé étant alors un courant-jet avec des méandres, autrement dit une succession de thalwegs et de dorsales modélisant l'écoulement dans la haute troposphère des moyennes latitudes. La trajectoire du cyclone est alors très sensible à sa position initiale, notamment dans la région au sud du thalweg, où un léger déplacement du cyclone initial engendre des trajectoires très différentes (bifurcation des trajectoires).

A ce stade, il semble indispensable de préciser la notion de courant-jet. Dans cette thèse, on emploiera en effet ce terme dans un sens légèrement différent de celui envisagé par Vandermeirsch et al. (2003a) et Scheck et Jones (2011a).

Dans notre étude, l'écoulement est séparé en un écoulement de base, maintenu artificiellement stationnaire, et une perturbation. Cette décomposition peut être vue comme une décomposition en la composante basse fréquence de l'écoulement, qui varie lentement par rapport à sa composante haute fréquence, associée à sa variabilité synoptique. Rivière et Joly (2006a) ont procédé à une telle décomposition dans le cas de la POI17 de FASTEX (figure 1.14). Pendant cet épisode, l'écoulement basse fréquence (tel qu'ils l'ont défini) n'a quasiment pas évolué pendant près de trois semaines, ce qui a permis à Rivière et Joly (2006a) de pouvoir interpréter l'évolution de la tempête (sur 3 jours) dans cet écoulement quasi-stationnaire.

La stationnarité de l'écoulement de base peut nécessiter, ou pas, un forçage : cela dépend de sa configuration. En effet, si l'on écrit l'équation de conservation de PV quasi-géostrophique (1.5) appliquée à l'écoulement total, on obtient :

$$\frac{\partial (\bar{q} + q')}{\partial t} + \left( \vec{u} + \vec{u}' \right) \cdot \vec{\nabla} (\bar{q} + q') = 0. \quad (2.9)$$

Si l'on suppose alors que l'écoulement perturbé est nul, la présence du terme  $\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \bar{q}$  empêche la stationnarité de  $\bar{q}$ . Ce n'est pas le cas pour un écoulement de base zonal non divergent, du type  $\bar{u}(y)$  comme dans l'étude de Gilet et al. (2009) par exemple, pour lequel  $\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \bar{q} = 0$  : un tel écoulement de base est stationnaire et aucun terme de forçage n'est nécessaire. Le modèle numérique est alors fondé sur l'équation :

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} q' + \vec{u}' \cdot \vec{\nabla} \bar{q} + \vec{u}' \cdot \vec{\nabla} q' = 0, \quad (2.10)$$

où  $\vec{u}$  et  $\bar{q}$  sont constants dans le temps.

Par contre, le courant-jet avec méandres avec lequel on va travailler n'est pas zonal. Le terme  $\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \bar{q}$  associé est donc non nul. On travaillera alors non pas avec l'équation (2.9) mais avec l'équation :

$$\frac{\partial (\bar{q} + q')}{\partial t} + \left( \vec{u} + \vec{u}' \right) \cdot \vec{\nabla} (\bar{q} + q') = \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \bar{q}, \quad (2.11)$$

le terme de droite étant un terme de forçage. Ainsi, en l'absence d'écoulement perturbé, on aura bien  $\partial_t \bar{q} = 0$ . L'écoulement perturbé vérifiera alors également l'équation (2.10), où  $\vec{u}$  et  $\bar{q}$  sont constants dans le temps (c'est l'équation (3) de l'article I).

Dans les études de Vandermeirsch et al. (2003a) et Scheck et Jones (2011a), l'écoulement grande échelle qui constitue le courant-jet initial est zonal et non-divergent, du type  $\bar{u}(y)$  : il est donc stationnaire. Ainsi, lorsqu'ils évoquent la déformation du courant-jet menant à la formation de méandres, ils parlent en fait de l'écoulement total, c'est-à-dire de la superposition de l'écoulement de base stationnaire et de l'écoulement perturbé. Dans l'article I, on adoptera un point de vue différent puisqu'on parlera de courant-jet pour désigner l'écoulement de base maintenu stationnaire, qui n'évolue donc pas dans le temps par construction. Il est essentiel d'avoir ces différences de point de vue à l'esprit, notamment lorsqu'on confrontera les résultats (voir à la fin de ce chapitre).

## 2.3 Effet du champ de déformation grande échelle sur les structures tourbillonnaires

On a vu dans la section 2.1.1.3 que le champ de déformation de l'écoulement grande échelle influe sur le déplacement des cyclones tropicaux. De plus, Rivière (2008) a montré le rôle important que jouait la déformation horizontale de l'écoulement grande échelle sur le déplacement des dépressions de surface des latitudes moyennes. Le champ de déformation grande échelle semble donc être un second paramètre clé, en plus du gradient de PV grande échelle, qui influe sur la trajectoire des perturbations synoptiques. Dans cette section, nous allons donc présenter l'état de la littérature sur les études idéalisées des effets de la déformation grande échelle sur les structures tourbillonnaires, puisqu'il semble exister un lien entre la forme de ces structures et leur déplacement.

### 2.3.1 Etudes en dynamique des fluides géophysiques

Dans le contexte de la dynamique des fluides géophysiques (GFD), l'effet de la déformation horizontale sur les tourbillons a été analysé dans de nombreux papiers. Kida (1981) a étudié les solutions exactes pour un tourbillon elliptique idéalisé de vorticité uniforme, évoluant dans un écoulement de base de déformation et de rotation uniformes. L'écoulement de base remplace, en première approximation, l'effet des autres tourbillons qui évoluent dans le jet grande échelle. Il a montré que le tourbillon garde sa forme elliptique tout en s'étirant, précessant ou nutant, cela dépendant des valeurs de



la déformation et de la rotation de l'écoulement. Dritschel (1990) a étudié la stabilité de patches de vorticit   uniforme dans le m  me type d'  coulement que Kida (1981). Il montre qu'ils peuvent devenir instables pour une d  formation assez forte, cette instabilit   pouvant mener    l'expulsion de filaments. Par ailleurs, Legras et Dritschel (1993) ont   tudi   num  riquement le comportement d'un tourbillon dont la vorticit   n'est pas uniforme, et de signe oppos      la vorticit   de l'environnement. Ils observent que le tourbillon expulse des filaments, ce qui a pour effet d'  roder l'ext  rieur du tourbillon et de g  n  rer de forts gradients de vorticit      ses bords. La dislocation du tourbillon par cet effet a lieu au-del   d'une valeur critique du quotient entre le cisaillement de l'environnement et le maximum de vorticit   du tourbillon, pratiquement ind  pendante du profil de vorticit   du tourbillon. Paireau et al. (1997) confirment exp  rimentalement le r  le jou   par ce param  tre dans le processus d'  rosion : quand ce param  tre est assez petit, l'  rosion est faible et le tourbillon demeure une structure coh  rente alors que pour des valeurs plus grandes de ce param  tre, le tourbillon est d'abord   rod   puis, au bout d'un temps critique, s'  tire et finit par expulser des filaments. Un autre exemple d'  tude exp  rimentale sur l'effet de la d  formation sur un tourbillon est celle de Trieling et al. (1998), qui ont   tudi   l'  volution des caract  ristiques d'une perturbation dipolaire, constitu  e d'un tourbillon cyclonique et d'un tourbillon anticyclonique, dans un   coulement de d  formation non nulle. Selon l'orientation initiale du dip  le dans le champ de d  formation de l'  coulement, ils ont observ   deux comportements diff  rents : soit les deux tourbillons sont advect  s par l'  coulement en continuant    former un dip  le et en d  veloppant chacun une structure t  te-queue, soit les deux tourbillons s'  loignent l'un de l'autre en adoptant chacun une structure quasi-elliptique.

Dans le cadre de leur   tude id  alis  e sur l'  volution des perturbations synoptiques des moyennes latitudes dans l'environnement grande   chelle, Gilet et al. (2009) ont revisit   les r  sultats obtenus dans le contexte de la GFD sur la d  formation des structures tourbillonnaires par leur environnement. Dans un   coulement zonal cisail   uniform  ment et en l'absence de  $\beta$ , ils ont montr   que la forme de la perturbation d  pend du signe du cisaillement horizontal : dans un   coulement cisail   avec une vorticit   anticyclonique, une perturbation cyclonique s'  tire, alors qu'elle reste quasi-isotrope dans un   coulement cisail   avec une vorticit   cyclonique (figure 2.8). On peut l'expliquer qualitativement de la fa  on suivante. L'advection non-lin  aire de la perturbation par elle-m  me tend    faire tourner son axe cycloniquement, alors que l'environnement de vorticit   anticyclonique tend    la faire pivoter dans l'autre sens : les deux effets de rotation se compensent globalement et la perturbation cyclonique pivote finalement tr  s peu et s'  tire. Dans l'environnement de vorticit   cyclonique, les deux effets de rotation vont tous deux dans le sens d'une rotation cyclonique : l'axe de la perturbation cyclonique tourne, ce qui l'emp  che de s'  tirer.

### 2.3.2 Propri  t  s du champ de d  formation grande   chelle

On consid  re un   coulement grande   chelle de champ de vitesse  $(\bar{u}(x, y), \bar{v}(x, y))$ . On d  finit les quantit  s classiques du champ de d  formation  $\bar{\sigma}_n$  (l'  tirement),  $\bar{\sigma}_s$  (le cisaillement),  $\bar{\zeta}$  (la vorticit   relative) et  $\bar{\sigma}$  (le taux de d  formation) par les relations

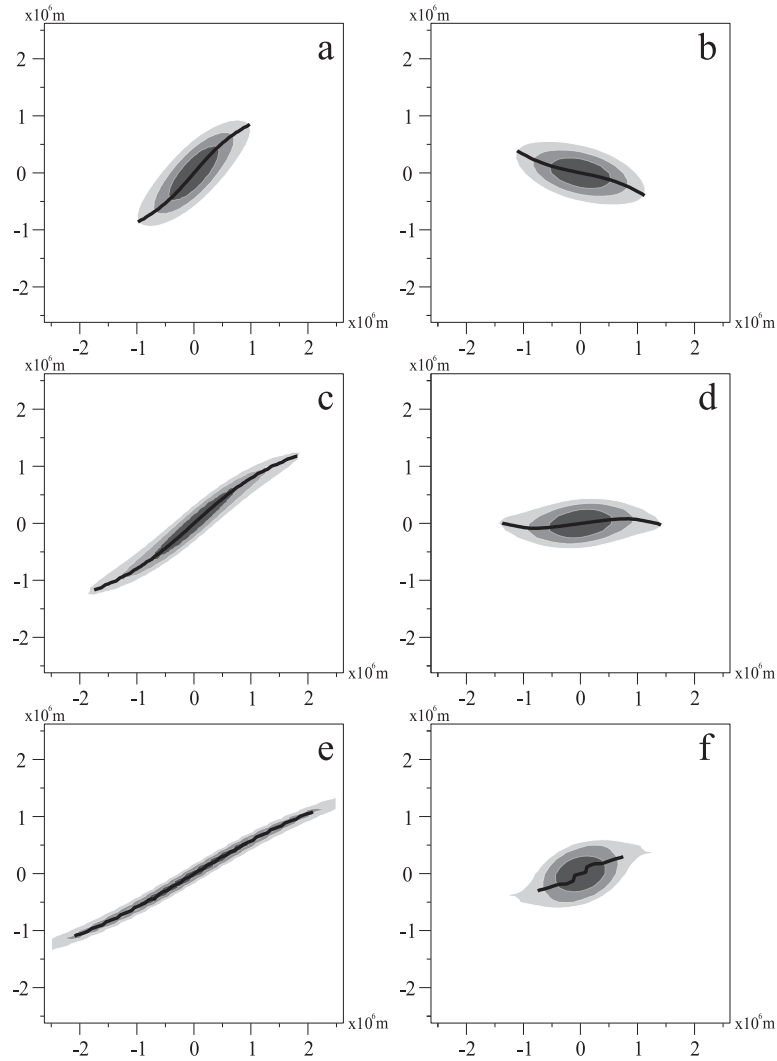


FIGURE 2.8 – Evolution de la vorticité relative perturbée pour une perturbation cyclonique initialement circulaire, évoluant dans un environnement cisailé de vorticité (a,c,d) anticyclonique et (b,d,f) cyclonique, après (a,b) 12 h, (c,d) 24 h et (e,f) 36 h, dans des simulations barotropes. La ligne noire souligne l'axe de l'anomalie de vorticité. D'après Gilet et al. (2009).

suivantes :

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_n &= \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}, & \bar{\zeta} &= \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \\ \bar{\sigma}_s &= \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, & \bar{\sigma} &= \sqrt{\bar{\sigma}_n^2 + \bar{\sigma}_s^2}.\end{aligned}\quad (2.12)$$

On introduit l'angle  $\bar{\phi}$ , défini par :

$$(\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_n) = \bar{\sigma} (\cos(2\bar{\phi}), \sin(2\bar{\phi})). \quad (2.13)$$

La matrice (ou tenseur) de déformation locale est la partie symétrique du tenseur de gradient de vitesse :  $S \equiv \frac{1}{2} ([\nabla \bar{\mathbf{u}}] + [\nabla \bar{\mathbf{u}}]^t)$ . Pour un écoulement non divergent, elle se

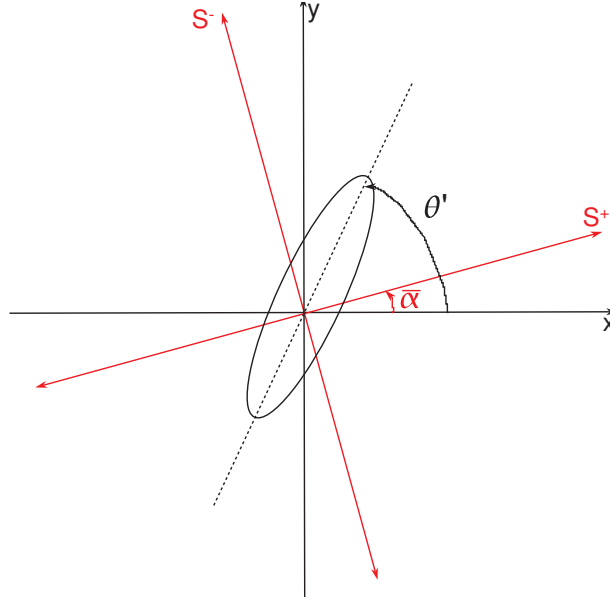


FIGURE 2.9 – Schéma représentant les angles  $\bar{\alpha}$  et  $\theta'$ , définissant respectivement l'inclinaison de l'axe de dilatation et celle de la perturbation par rapport à l'axe  $x$ .

réécrit :

$$S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_n & \bar{\sigma}_s \\ \bar{\sigma}_s & -\bar{\sigma}_n \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Les valeurs propres de  $S$  valent  $+\frac{\bar{\sigma}}{2}$  et  $-\frac{\bar{\sigma}}{2}$ . Le vecteur propre associé à  $+\frac{\bar{\sigma}}{2}$  est appelé axe de dilatation  $\mathbf{S}^+$  et son inclinaison avec l'axe  $x$  vaut  $\bar{\alpha} = \frac{\pi}{4} - \bar{\phi}$  (à  $\pi$  près). L'axe de compression  $\mathbf{S}^-$ , associé à  $-\frac{\bar{\sigma}}{2}$ , est orthogonal à  $\mathbf{S}^+$  et a donc pour inclinaison  $-\frac{\pi}{4} - \bar{\phi}$ .

### Cas d'un tenseur de déformation homogène spatialement et constant dans le temps

On se restreint dans un premier temps au cas d'un écoulement grande échelle de tenseur de déformation homogène spatialement et constant dans le temps, défini par  $\bar{u} = Ax + By$  et  $\bar{v} = Cx + Dy$  avec  $A + D = 0$  (non-divergent). A cet écoulement sont associés l'étirement  $\bar{\sigma}_n = A - D$ , le cisaillement  $\bar{\sigma}_s = B + C$ , la vorticité  $\bar{\zeta} = C - B$  et le taux de déformation  $\bar{\sigma} = \sqrt{(A - D)^2 + (B + C)^2}$  (d'après les équations (2.12)), ces quantités étant uniformes dans l'espace et le temps. On superpose à cet écoulement grande échelle une perturbation cyclonique, définie comme un patch elliptique de vorticité uniforme  $\zeta'$ , de rapport d'aspect  $\Lambda(t)$  et de grand axe incliné de  $\theta'(t)$  par rapport à l'axe  $x$ . La figure 2.9 permet de visualiser les angles  $\bar{\alpha}$  et  $\theta'$ . La question à laquelle on aimerait alors répondre est la suivante : comment  $\Lambda(t)$  et  $\theta'(t)$  dépendent-ils des paramètres de la perturbation et de l'écoulement grande échelle ? Autrement dit, comment le champ de déformation de l'écoulement grande échelle influe-t-il sur la structure de la perturbation ? En reproduisant le calcul de Kida (1981) qui était mené dans le cadre d'un écoulement grande échelle d'étirement pur ( $B + C = 0$ ), on obtient :

$$\frac{D\Lambda}{Dt} = \Lambda \bar{\sigma} \sin(2\theta' + 2\bar{\phi}), \quad (2.15)$$

$$\frac{D\theta'}{Dt} = \bar{\zeta} + \frac{1}{2} \frac{\Lambda^2 + 1}{\Lambda^2 - 1} \bar{\sigma} \cos(2\theta' + 2\bar{\phi}) + \frac{\Lambda}{(\Lambda + 1)^2} \zeta'. \quad (2.16)$$

En posant  $\xi \equiv 2(\theta' + \bar{\phi})$ , où  $\bar{\phi}$  est défini par l'équation (2.13), et compte tenu du fait que  $\bar{\phi}$  est constant dans cet écoulement, les équations (2.15) et (2.16) se réécrivent :

$$\frac{D\Lambda}{Dt} = \Lambda \bar{\sigma} \sin \xi, \quad (2.17)$$

$$\frac{D\xi}{Dt} = \bar{\zeta} + \frac{\Lambda^2 + 1}{\Lambda^2 - 1} \bar{\sigma} \cos \xi + \frac{2\Lambda}{(\Lambda + 1)^2} \zeta'. \quad (2.18)$$

En s'inspirant de Lapeyre et al. (1999), l'équation (2.18) peut se réécrire :

$$\frac{D\xi}{Dt} = \frac{\Lambda^2 + 1}{\Lambda^2 - 1} \bar{\sigma} (r' + \cos \xi), \quad (2.19)$$

avec

$$r' = \frac{\bar{\zeta} + \frac{2\Lambda}{(\Lambda+1)^2} \zeta'}{\frac{\Lambda^2+1}{\Lambda^2-1} \bar{\sigma}}. \quad (2.20)$$

La quantité  $r'$  est le rapport entre ce que nous appellerons les effets de rotation effective  $\bar{\zeta} + \zeta' \frac{2\Lambda}{(\Lambda+1)^2}$  (due à la vorticité  $\bar{\zeta}$  et à la rotation du cyclone sur lui-même) et les effets de déformation  $\bar{\sigma}$ . De cette quantité va dépendre la dynamique d'orientation du cyclone. Dans les régions dominées par la déformation ( $|r'| \leq 1$ ), l'équation (2.19) admet deux points fixes  $\xi_{\pm} = \pm \arccos(-r')$ . La figure 2.10 montre que seule la solution  $\xi_+ = +\arccos(-r')$  est stable. De plus, ce point fixe est associé à une croissance exponentielle de  $\Lambda$ , d'après l'équation (2.17). L'ellipse va donc s'orienter dans la direction associée à  $\xi_+$  et s'étirer selon cette direction. Dans les régions dominées par la rotation ( $|r'| > 1$ ), l'équation (2.19) n'admet aucun point fixe, autrement dit l'ellipse sera toujours en rotation. Notons que cette rotation n'est pas uniforme dans le temps puisque le taux de rotation dépend de  $\cos \xi$ .

En outre, ce calcul confirme l'interprétation du résultat de Gilet et al. (2009) quant au lien entre le signe du cisaillement de l'écoulement et l'étirement de la perturbation cyclonique, telle qu'elle est donnée dans la section 2.3.1. Dans le cas d'un écoulement de vorticité anticyclonique,  $\bar{\zeta} < 0$  et pour une perturbation cyclonique ( $\zeta' > 0$ ), les effets de rotation dus à  $\bar{\zeta}$  et  $\zeta'$  ont donc tendance à se compenser. Ainsi, ce sont plutôt les effets de déformation qui dominent ( $|r'| < 1$ ), d'où un étirement de la perturbation cyclonique. Dans le cas de l'écoulement cyclonique,  $\bar{\zeta}$  est du même signe que  $\zeta'$  ( $\bar{\zeta} > 0$ ) : ce sont les effets de rotation effective qui dominent dans ce cas ( $|r'| > 1$ ), et la perturbation cyclonique s'étire peu.

### Cas général

Les effets d'étirement dus au tenseur de déformation de l'écoulement ont également été analysés dans d'autres contextes, notamment en turbulence bidimensionnelle. Weiss

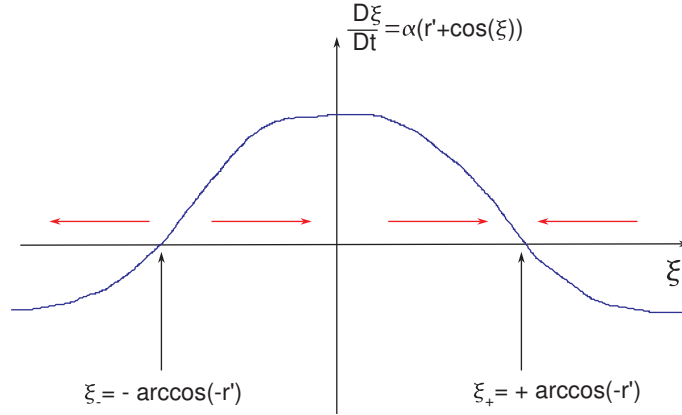


FIGURE 2.10 – Courbe en bleu : dérivée temporelle de  $\xi$  en fonction de  $\xi$ . Les flèches rouges horizontales symbolisent le sens d'évolution de  $\xi$  (flèche vers la gauche quand  $\frac{D\xi}{Dt} < 0$  et vers la droite quand  $\frac{D\xi}{Dt} > 0$ ). Il y a deux points fixes  $\xi_{\pm}$  :  $\xi_+$  est stable et  $\xi_-$  est instable. Inspiré de Lapeyre (2000).

(1981) a dérivé un critère afin de caractériser la dynamique d'alignement du gradient de traceur, critère qui a aussi été dérivé par Okubo (1970) pour le problème de la dispersion de particules. Il introduit  $\lambda_{ow}$  la quantité d'Okubo-Weiss, définie par :

$$\lambda_{ow} = \sigma^2 - \zeta^2, \quad (2.21)$$

où  $\sigma$  est le taux de déformation de l'écoulement et  $\zeta$  sa vorticité. Si  $\lambda_{ow} > 0$ , la déformation domine et les gradients de traceur croissent exponentiellement alors que si  $\lambda_{ow} < 0$ , la vorticité domine et il y aura rotation des gradients. Ce critère est notamment basé sur l'hypothèse que le tenseur de gradient de vitesse  $\nabla \mathbf{u}$  est invariant le long des trajectoires lagrangiennes. Dans le cas où cette hypothèse n'est pas vérifiée, Lapeyre et al. (1999) ont montré que la dynamique du gradient de traceur dépend du paramètre :

$$r = \frac{\zeta + 2\frac{D\phi}{Dt}}{\sigma}, \quad (2.22)$$

où  $\phi$  est tel que  $\frac{\pi}{4} - \phi$  est l'angle d'inclinaison de l'axe de dilatation avec l'axe  $x$ . Cette quantité  $r$  est le rapport entre les effets de rotation effective  $\zeta + 2\frac{D\phi}{Dt}$  (due à la vorticité  $\zeta$  et au taux de rotation des axes de déformation) et les effets de déformation  $\sigma$ . Dans les régions dominées par la déformation ( $|r| < 1$ ), le gradient s'aligne et croît de manière exponentielle alors que quand les effets de rotation dominent ( $|r| > 1$ ), le gradient est en rotation. Notons qu'on peut rapprocher le paramètre  $r$  du paramètre  $r'$  de l'équation (2.20), dans la mesure où ils correspondent tous deux à un quotient d'effets de déformation par des effets de rotation. Lorsque  $\Lambda$  tend vers l'infini et  $\frac{D\phi}{Dt}$  est nul, les paramètres  $r$  et  $r'$  sont identiques (à la nuance près que ce sont les champs de déformation de l'écoulement grande échelle qui interviennent dans  $r'$ , alors que  $r$  se réfère à l'écoulement total).

Suivant la même démarche mais en s'intéressant à la dynamique d'alignement des perturbations, Rivière et al. (2003b) ont analysé l'évolution du vecteur vitesse des

perturbations dans le cadre quasi-géostrophique. En séparant l'écoulement total en un écoulement de base et un écoulement perturbé puis en linéarisant les équations du mouvement de la dynamique quasi-géostrophique dans le plan beta (équation (1.1) page 21), il a dégagé le paramètre :

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{\zeta} + 2\frac{D\bar{\phi}}{Dt}}{\bar{\sigma}}. \quad (2.23)$$

Ce paramètre représente le rapport entre les effets de rotation effective (due à la vortacité de l'écoulement de base  $\bar{\zeta}$  et au taux de rotation des axes de déformation lié à  $\bar{\phi}$ ) et l'effet du taux de déformation  $\bar{\sigma}$  de l'écoulement de base. Lorsque  $|\bar{\tau}| < 1$ , le vecteur vitesse perturbé s'aligne et sa norme croît exponentiellement, alors que quand  $|\bar{\tau}| > 1$ , il ne cesse de tourner. Dans le cas des écoulements zonaux, le terme  $\frac{D\bar{\phi}}{Dt}$  est nul. Ainsi, dans le contexte des jets des moyennes latitudes, comme l'écoulement de base est essentiellement zonal,  $\frac{D\bar{\phi}}{Dt}$  peut être négligé. C'est pourquoi Rivière et Joly (2006a) introduisent la quantité  $\Delta$ , appelée déformation effective, et définie comme :

$$\Delta = \bar{\sigma}^2 - \bar{\zeta}^2. \quad (2.24)$$

Elle constitue en fait la quantité d'Okubo-Weiss (équation (2.21)) appliquée à l'écoulement grande échelle, et elle permet de prévoir, en première approximation, l'étirement ou pas d'une perturbation. Quand  $\Delta > 0$ , les effets de déformation dominent la rotation, et la perturbation s'étire. Quand  $\Delta < 0$ , les effets de rotation dominent et la perturbation s'étire peu. Cependant, ce critère n'est pas suffisant pour évaluer l'étirement des perturbations dans certains cas. C'est par exemple le cas dans l'étude de Gilet et al. (2009), où  $\Delta = 0$  : la prise en compte de la rotation propre de la perturbation, autrement dit de la vortacité relative perturbée  $\zeta'$ , est alors nécessaire.

Dans un premier temps, dans le cas d'une perturbation d'amplitude finie dans un écoulement de champ de déformation uniforme, on a vu l'émergence de la notion de rotation effective, regroupant la vortacité de l'écoulement grande échelle et la vortacité perturbée (Kida, 1981). Dans un second temps, l'effet supplémentaire de la rotation des axes de déformation a été mis en évidence dans les contextes plus particuliers de la dynamique d'alignement du gradient de traceur en turbulence bidimensionnelle (Lapeyre et al., 1999) et dans celui de la dynamique linéaire d'alignement du vecteur vitesse perturbé dans un écoulement (Rivière et al., 2003b). Ainsi, pour appréhender l'effet du champ de déformation d'un écoulement grande échelle sur la forme d'une perturbation, trois types d'effets de rotation sont à prendre en compte : la vortacité de l'écoulement de base  $\bar{\zeta}$ , la vortacité perturbée  $\zeta'$  et le taux de rotation des axes de déformation  $\frac{D\bar{\phi}}{Dt}$ . La somme de ces trois effets constitue la rotation effective. Si l'effet de la déformation  $\bar{\sigma}$  domine l'effet de rotation effective, alors la perturbation s'étire. Si l'effet de rotation effective domine l'effet de déformation, alors la perturbation pivote sur elle-même et elle reste donc quasi-isotrope.

L'étude des effets combinés du gradient méridien du PV et du champ de déformation grande échelle sur la trajectoire des perturbations synoptiques, dans un cadre barotrope, motive le travail présenté dans la section suivante.

## 2.4 Etude numérique du déplacement des perturbations cycloniques vers le nord dans un environnement barotrope

### 2.4.1 Introduction à l'article

Nous étudions l'effet combiné de la déformation de l'écoulement grande échelle et des non-linéarités sur le  $\beta$ -drift des perturbations cycloniques, en utilisant un modèle barotrope quasi-géostrophique dans le plan beta, fondé sur la conservation lagrangienne de la vorticité potentielle. L'écoulement du modèle est séparé en un écoulement de base, maintenu artificiellement stationnaire, et une perturbation. On considère l'évolution de perturbations d'amplitude finie (perturbation cyclonique, appelée cyclone ensuite), la genèse des perturbations synoptiques n'étant pas notre sujet d'intérêt ici. On étudie d'abord l'effet de  $\beta$  sur un cyclone elliptique, en l'absence d'écoulement de base. Travailler avec une perturbation initialement elliptique revient en fait à simuler l'effet d'un champ de déformation grande échelle, nul ici. Dans un second temps, on analyse l'effet de  $\beta$  et du cisaillement linéaire d'un écoulement de base sur la trajectoire de cyclones, initialement isotropes cette fois. Le champ de déformation  $\Delta$  associé à ce type d'écoulement de base est uniforme, nul si l'écoulement est zonal, non nul sinon. Enfin, on complexifie l'écoulement de base du modèle par un courant-jet avec méandres, dans lequel on étudie la trajectoire de cyclones initialement isotropes, qui traversent le courant-jet de son côté sud vers son côté nord. Le gradient de vorticité relative de ce courant-jet idéalisé crée un  $\beta$  effectif, et son champ de déformation effective  $\Delta$  est non uniforme et proche de l'écoulement grande échelle réel de la POI17 par construction (figure 1.14).

### 2.4.2 Article : *On the Northward Motion of Midlatitude Cyclones in a Barotropic Meandering Jet*

L'étude du déplacement des perturbations cycloniques vers le nord dans un environnement barotrope, fait l'objet d'un article publié dans le *Journal of Atmospheric Sciences* (Oruba et al., 2012). Cette étude est donc présentée en anglais.

# On the Northward Motion of Midlatitude Cyclones in a Barotropic Meandering Jet

LUDIVINE ORUBA AND GUILLAUME LAPEYRE

*Laboratoire de Météorologie Dynamique/IPSL, Ecole Normale Supérieure/CNRS/UPMC, Paris, France*

GWENDAL RIVIÈRE

*CNRM/GAME, Météo-France/CNRS, Toulouse, France*

(Manuscript received 10 October 2011, in final form 27 January 2011)

## ABSTRACT

The combined effects of the deformation (horizontal stretching and shearing) and nonlinearities on the beta drift of midlatitude cyclones are studied using a barotropic quasigeostrophic model on the beta plane. It is found that, without any background flow, a cyclonic vortex moves more rapidly northward when it is initially strongly stretched along a mostly north–south direction. This meridional stretching is more efficient at forming an anticyclone to the east of the cyclone through Rossby wave radiation. The cyclone–anticyclone couple then forms a nonlinear vortex dipole that propagates mostly northward. The case of a cyclone embedded in uniformly sheared zonal flows is then studied. A cyclone evolving in an anticyclonic shear is stretched more strongly, develops a stronger anticyclone, and moves faster northward than a cyclone embedded in a cyclonic shear, which remains almost isotropic. Similar results are found in the general case of uniformly sheared nonzonal flows.

The evolution of cyclones is also investigated in the case of a more realistic meandering jet whose relative vorticity gradient creates an effective beta and whose deformation field is spatially varying. A statistical study reveals a strong correlation among the cyclone’s stretching, the anticyclone strength, and the velocity toward the jet center. These different observations agree with the more idealized cases. Finally, these results provide a rationale for the existence of preferential zones for the jet-crossing phase: that is, the phase when a cyclone crosses a jet from its anticyclonic to its cyclonic side.

## 1. Introduction

Extratropical surface cyclones are commonly observed to rapidly deepen when they cross the upper-level jet axis from its warm-air to its cold-air side. This was the case for the December 1999 “Lothar” storm over Europe (Wernli et al. 2002; Rivière and Joly 2006b) and for most of the storms during the Fronts and Atlantic Storm Track Experiment (FASTEX) campaign (Baehr et al. 1999). Since most cases of the jet-crossing phase occur in the jet exit region, a commonly accepted mechanism for the regeneration phase is dictated by the analogy with the role of the cold left exit region of a jet streak on cyclogenesis. As recalled in the review paper of Uccellini (1990), the decrease in the geostrophic zonal wind in the exit region of a jet streak creates an

ageostrophic transverse circulation with ascending motions on the cyclonic side and descending motions on the anticyclonic side. The left exit region of the jet streak (i.e., the exit region on the poleward side) is therefore a favorable region for cyclogenesis. However, as argued by Rivière and Joly (2006a), it is not obvious that this parallel between a jet streak (defined as a maximum wind speed in the total flow) and a large-scale jet stream (defined as a maximum wind speed in the low-frequency flow) is enough to explain the regeneration stage of a surface cyclone in the left exit region of the latter jet. Moreover, in a recent paper, Gilet et al. (2009) have shown the existence of a cyclone regeneration during the crossing phase of a purely zonal baroclinic jet (i.e., without the presence of any transverse circulation). The debate is therefore still open concerning the main mechanism responsible for the regeneration of a surface cyclone crossing the axis of a large-scale jet. In parallel with the question of the regeneration process, another important issue of the jet-crossing phase concerns the

---

*Corresponding author address:* Guillaume Lapeyre, LMD/IPSL, Ecole Normale Supérieure, 24 Rue Lhomond, 75005 Paris, France.  
E-mail: glapeyre@lmd.ens.fr



identification of the key factors influencing the motion of a surface cyclone perpendicular to the jet axis. In a barotropic context on the sphere, Rivière (2008) showed evidence of the role played by the combined effects of the horizontal deformation of the background flow and the nonlinearities in determining the motion of a cyclonic vortex but did not identify the associated mechanism, which is the purpose of the present study.

The role of the horizontal deformation tensor in the development of midlatitude surface cyclones was previously studied in the literature, including the effects of its shearing component (e.g., James 1987; Davies et al. 1991; Thorncroft et al. 1993) and its stretching component (e.g., Cai and Mak 1990; Schultz et al. 1998). Davies et al. (1991) have studied the sensitivity of the growth rate and the structure of the most unstable modes to the sign and intensity of the horizontal shear in a baroclinic jet-like flow. The modes have weaker growth rates and their structures are modified in presence of the shear. During the nonlinear development, their structural changes increase, leading to different kinds of fronts according to the shear properties. Starting from similar frameworks but initializing the perturbation with isolated vortices, it has been shown that the Bergen (Bjerknes and Solberg 1922) cyclone model applies more to cyclones evolving within a cyclonic background shear (Wernli et al. 1998) or a diffluent zone (Schultz et al. 1998). On the contrary, the model of Shapiro and Keyser (1990) fits more with cyclones embedded in a confluent flow (Schultz et al. 1998). Note finally that the meridional motion of the cyclones has never been systematically studied in the atmospheric midlatitude context.

In the context of geophysical fluid dynamics (GFD), the effect of the horizontal deformation on vortices has been analyzed in numerous papers. Kida (1981) studied the exact solutions for an idealized elliptical vortex (with uniform vorticity) evolving in a background flow having both strain and vorticity components. The background replaces, in first approximation, the effect of other vortices or a large-scale jet. Dritschel (1990) studied the stability of elliptical patches of uniform vorticity in a flow with uniform strain and rotation. He showed that instability appears for high enough strain rates. Legras and Dritschel (1993) studied numerically the behavior of a vortex whose vorticity is not uniform. They showed that stripping erodes the exterior of the vortex and generates high vorticity gradients at the edge of the vortex. Trieling et al. (1998) investigated both experimentally and theoretically the evolution characteristics of dipolar vortices in a strain flow. Depending on the initial orientation of the dipole, they observed either a head-tail structure or a pair of elliptic-like monopolar vortices.

In this context, Gilet et al. (2009) revisited the GFD results on the vortex shape evolution and extended them to a baroclinic two-layer atmosphere. In a background flow composed of uniform vertical and horizontal shears, they showed that the vortex shape depends strongly on the sign of the horizontal shear: in an anticyclonic shear, a cyclonic vortex is stretched strongly whereas it remains quasi-isotropic in a cyclonic shear. They also showed that the trajectory of the surface cyclone depends on the vertically averaged meridional PV gradient (verified in a more realistic background flow with a meridionally confined zonal jet), that is, the so-called effective  $\beta$ . Thus, both the horizontal shear and the effective  $\beta$  seem essential for the jet crossing and the deepening of cyclones.

The role of  $\beta$  (the meridional gradient of the Coriolis parameter) in the motion of vortices is well known in oceanography and tropical cyclone literature. This concept was introduced in oceanography by McWilliams and Flierl (1979) for oceanic rings. They focused on the combined effects of  $\beta$  and nonlinearities in a quasigeostrophic regime. They underlined a westward linear propagation motion of the vortex, leaving behind a weak Rossby wave wake, due to  $\beta$  Rossby waves. For a cyclonic (anticyclonic) vortex, the dispersion pattern initially consists of a positive (negative) center of potential vorticity to the west of the vortex and a negative (positive) one to the east (these centers are called gyres). For significant nonlinearities, a northward (southward) motion of the vortex is also observed: the leading and trailing dispersion centers have secondary circulations that both act to advect the main vortex northward (southward). The steering of the primary vortex by  $\beta$ -induced asymmetric gyres (the  $\beta$  gyres) is called the  $\beta$  drift. The interaction of this effect with a zonal Rossby wave that modifies the background potential vorticity field was studied by Sutyrin and Carton (2006). The  $\beta$  drift, combined with the effect of the environmental flow, was also studied for tropical cyclones (Holland 1983, and references therein). More specifically, it was shown that sheared flows could accelerate or decelerate the beta drift depending on its cyclonic/anticyclonic nature (Ulrich and Smith 1991; Williams and Chan 1994; Li and Wang 1996; Wang et al. 1997).

The role of horizontal deformation of the environmental flow and of the  $\beta$  drift is often overlooked to explain the life cycle of surface cyclones. In the present paper, these processes will be examined in a midlatitude context by performing idealized numerical simulations of a barotropic model. We leave to future work the baroclinic case where the goal is to reproduce and analyze the jet-crossing phase of surface midlatitude cyclones. Note that only the evolution of finite-amplitude

perturbations is analyzed here and considerations on the genesis of synoptic perturbations are beyond the scope of the present study. Section 2 describes the barotropic model and provides information on the large-scale background flow and the perturbation initialized in the model, the latter being reduced to a vortex. In section 3, simulations of the beta drift of an elliptic vortex with no background flow are presented. The combined effects of uniform shears and  $\beta$  on the vortex trajectory are studied in section 4. Section 5 is dedicated to the evolution of cyclones in a barotropic meandering large-scale jet and a rationale for the existence of preferential zones of the jet-crossing phase is provided. Finally, our conclusions are given in section 6.

## 2. The numerical framework

### a. The barotropic model

We consider a barotropic model of the atmosphere on a  $\beta$  plane. The model consists in integrating the potential vorticity (PV)  $q$ , defined as

$$q = \nabla^2 \psi + f_0 + \beta y, \quad (1)$$

where  $f_0$  is the Coriolis parameter,  $\beta$  is its meridional derivative, and  $\psi$  is the velocity streamfunction. The flow is separated into a large-scale background flow, denoted with bars and maintained stationary, and a perturbation denoted with primes such that

$$q(x, y, t) = \bar{q}(x, y) + q'(x, y, t). \quad (2)$$

The evolution equation of the PV perturbation  $q'$  is

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla q' + \mathbf{u}' \cdot \nabla \bar{q} + \mathbf{u}' \cdot \nabla q' = 0, \quad (3)$$

where  $\mathbf{u} = (u, v)$  designates the geostrophic wind. The decomposition (2) can be thought of as a decomposition into a low-frequency  $\bar{q}$  and a high-frequency part  $q'$  (corresponding to the synoptic perturbation). Here it is assumed that the high frequencies do not affect the low frequencies. The horizontal domain is biperiodic, and we integrate Eq. (3) using a pseudospectral model with biharmonic diffusion.

### b. The initial conditions

The initial conditions are composed of a background flow that is described in each section and a localized perturbation. The perturbation is an elliptic vortex whose relative vorticity is defined as

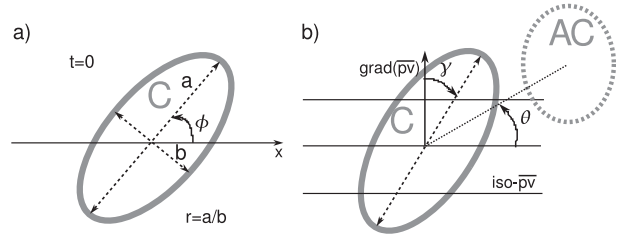


FIG. 1. (a) Definition of parameters used in the text concerning an initial cyclone satisfying Eq. (4). Parameters  $a$  and  $b$  are respectively the semimajor and semiminor axes of the ellipse,  $r$  is the aspect ratio, and  $\phi$  is the angle of the great axis with the  $x$  axis. (b) Parameters for a cyclone:  $\gamma$  is the angle of the great axis with the large-scale potential vorticity gradient, and  $\theta$  is the angle between the axis formed by the centers of the cyclone and anticyclone with the  $x$  axis.

$$\zeta'(x, y) = A \exp \left\{ - \left[ \frac{(x \cos \phi + y \sin \phi)^2}{L_0^2 (1 - e^2)} + \frac{(-x \sin \phi + y \cos \phi)^2}{L_0^2} \right] \right\}. \quad (4)$$

Parameters  $e$  and  $\phi$  designate the eccentricity and the tilt with the  $x$  axis of the ellipse, and  $A > 0$  is the relative vorticity amplitude of the perturbation. The semimajor axis of the ellipse has a length  $L_0$  while the semiminor axis length is  $L_0 \sqrt{1 - e^2}$  (see Fig. 1a).

Other parameters are introduced in Fig. 1b. Note that  $\gamma$  is the angle of the major axis of the cyclone (in term of relative vorticity) with the local potential vorticity gradient of the large-scale flow. When only  $\beta$  is considered, the PV gradient points northward and the initial value of  $\gamma$  is  $\gamma_0 = \gamma(t = 0) = \phi - 90^\circ$ . Also,  $r$  is the aspect ratio of the elliptic cyclone (i.e., the ratio between the major and minor radii of the ellipse). It is initially equal to  $r_0 = r(t = 0) = 1/\sqrt{1 - e^2}$ . These two parameters ( $r$  and  $\gamma$ ) will vary as a function of time and will be estimated by diagonalizing the inertia matrix of the perturbation relative vorticity (keeping the 40 points where vorticity is the greatest): supposing the cyclone shape is an ellipse, the eigenvalues are the semiminor and semimajor axes and eigenvectors give the direction of the ellipse axis.

## 3. No background flow

### a. The experimental design

In this section, we consider the simple case of no background flow ( $\bar{\mathbf{u}} = 0$  and  $\partial_y \bar{q} = \beta$ ). We choose  $\beta = 4.8 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$  (i.e., 3 times the common values in the midlatitudes) to get a more rapid distinction between the different behaviors of the cyclones. Another reason is based on the fact that in the midlatitudes, an effective

beta effect exists because of the meridionally confined jet, which tends to increase the effect of the variations of the Coriolis parameter. The domain size is  $L_x = L_y = 16\,000$  km. The spatial and temporal resolutions are equal to  $\Delta x = \Delta y = 62.5$  km and  $\Delta T = 112$  s.

To define the perturbation  $\zeta'$ , we need to set parameters  $A$  and  $L_0$  in Eq. (4). In the classical theory of the  $\beta$  drift, the cyclone generates two gyres (a cyclonic one to its west and an anticyclonic one to its east) that displace it northward. The gyres are due to the term  $\mathbf{u}' \cdot \nabla \bar{q} = \beta v'$  in Eq. (3). The simplest way to look at the sensitivity of the vortex trajectory to the initial orientation of the vortex is to modify the initial tilt of the vortex with the  $x$  axis, keeping all the other parameters unchanged. However, the result would be too straightforward. A south–north-oriented vortex would lead to larger  $v' = \partial_x \psi'$  and stronger beta gyres than a west–east-oriented vortex and would move more rapidly poleward. A more relevant alternative is to keep the maxima of the relative vorticity  $\zeta'$  and the meridional velocity  $v'$  the same when modifying  $e$  and  $\phi$ . To do this, for a given  $A$ , we calculate  $L_0$  in such a way that  $\max(v')$  is maintained the same thanks to a numerical procedure based on dichotomy. The parameters we choose for the cyclones are such that  $\max(\zeta') = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  and  $\max(v') = 22 \text{ m s}^{-1}$ . The typical associated length scale  $L_0$  is around 460 km.

## b. Results

We first examine the time evolution of three vortices having different configurations, one axisymmetric with  $e = 0$ , and two elliptic with  $e = 0.96$  (corresponding to an aspect ratio around 3.6) but with different initial angles with the PV gradient:  $\gamma_0 = 45^\circ$  and  $\gamma_0 = -45^\circ$ .

Figure 2 shows the relative vorticity field of these three vortices at different times. In all cases, the cyclone moves northwestward consistently with the combined effects of the linear and nonlinear  $\beta$  terms (McWilliams and Flierl 1979). This is illustrated by the presence of the  $\beta$  gyres, the effect of which can be detected through the existence of an anticyclone to the east of each cyclone (see Figs. 2d–f). In the first few hours, the northward motion of the cyclone is the same for all cases (Fig. 3a). For each cyclone, the anticyclonic perturbation developing to the east of the cyclone tends to amplify and rotates cyclonically around the cyclone (see Figs. 2g–i). Once the anticyclone is big enough, an asymmetric vortex dipole propagates: the nearby cyclone and anticyclone advect each other as two coherent structures (see Fig. 2i). The propagation is mainly perpendicular to the axis joining the cyclone to the anticyclone. In this situation, we cannot call this a  $\beta$  gyre since strong nonlinearities arise and this departs from the standard picture.

The difference in behavior of the two initially stretched cyclones can be explained by examining their time evolution: both cyclones self-rotate cyclonically in time (left and right columns of Fig. 2) and advect the anticyclones parallel to their major axis. The cyclone with  $\gamma_0 = 45^\circ$  mainly advects northeastward the anticyclone that is initially created on its eastern side. The anticyclone is thus first located to the northeast of the cyclone (Fig. 2d) and then mainly to the north because the cyclone major axis self-rotates cyclonically (Fig. 2g). This location is not efficient for the anticyclone intensification because it is not reinforced by the generation of the Rossby wave, which is essentially oriented eastward. Since the anticyclone is weaker than the cyclone, it is more advected by the cyclone than the reverse, and the vortex dipole will move more westward than northward as observed in Fig. 2g. On the contrary, for the cyclone with  $\gamma_0 = -45^\circ$ , the anticyclone also follows the rotation of the cyclone but remains almost to the east of the cyclone since the cyclone turns its orientation along the north–south direction. In that case, the anticyclone is continuously reinforced by the generation of the Rossby wave to the east of the cyclone (see Figs. 2f,i). As the anticyclone has a large amplitude and is almost east of the cyclone, the vortex dipole has a strong northward component (Fig. 2i).

The northward motion sensitivity to the tilt  $\gamma_0$  is now examined using  $e = 0.96$  and  $\gamma_0$  varying from  $-45^\circ$  to  $90^\circ$  every  $45^\circ$ . Figure 3a shows the evolution of the meridional position of these cyclones with time. For comparison, we added the axisymmetric cyclone results. We observe that a stretched cyclone with  $\gamma_0 \in [0, -45^\circ]$  moves northward (in the  $\bar{q}$ -gradient direction) more quickly than the other ones.

Figure 3b shows the ratio of the minimum of relative vorticity (absolute value) to its maximum versus time for different  $\gamma_0$ . This quantity helps to determine the anticyclone strength and the potential for a vortex dipole to exist (assuming that the cyclone strength is fixed). Deformed cyclones with  $\gamma_0 \in [0, -45^\circ]$  have a stronger anticyclone (compared to the cyclone) than the other ones. Simulations including only linear terms exhibit the same qualitative picture (Fig. 3c): the cyclone with  $\gamma_0 = 0$  has a stronger anticyclone than those with  $\gamma_0 = 45^\circ$  and  $\gamma_0 = -45^\circ$ . These three cyclones have a stronger anticyclone than the axisymmetric cyclone. The zonally stretched case ( $\gamma_0 = 90^\circ$ ) is the one having the weaker anticyclone.

We can now examine the dependence of the northward motion and the strength of the anticyclone on the initial aspect ratio  $r_0 = 1/\sqrt{1 - e^2}$  of the cyclone for the most efficient initial tilt ( $\gamma_0 = 0^\circ$ ). Figure 4a shows at different times that the northward motion (as diagnosed

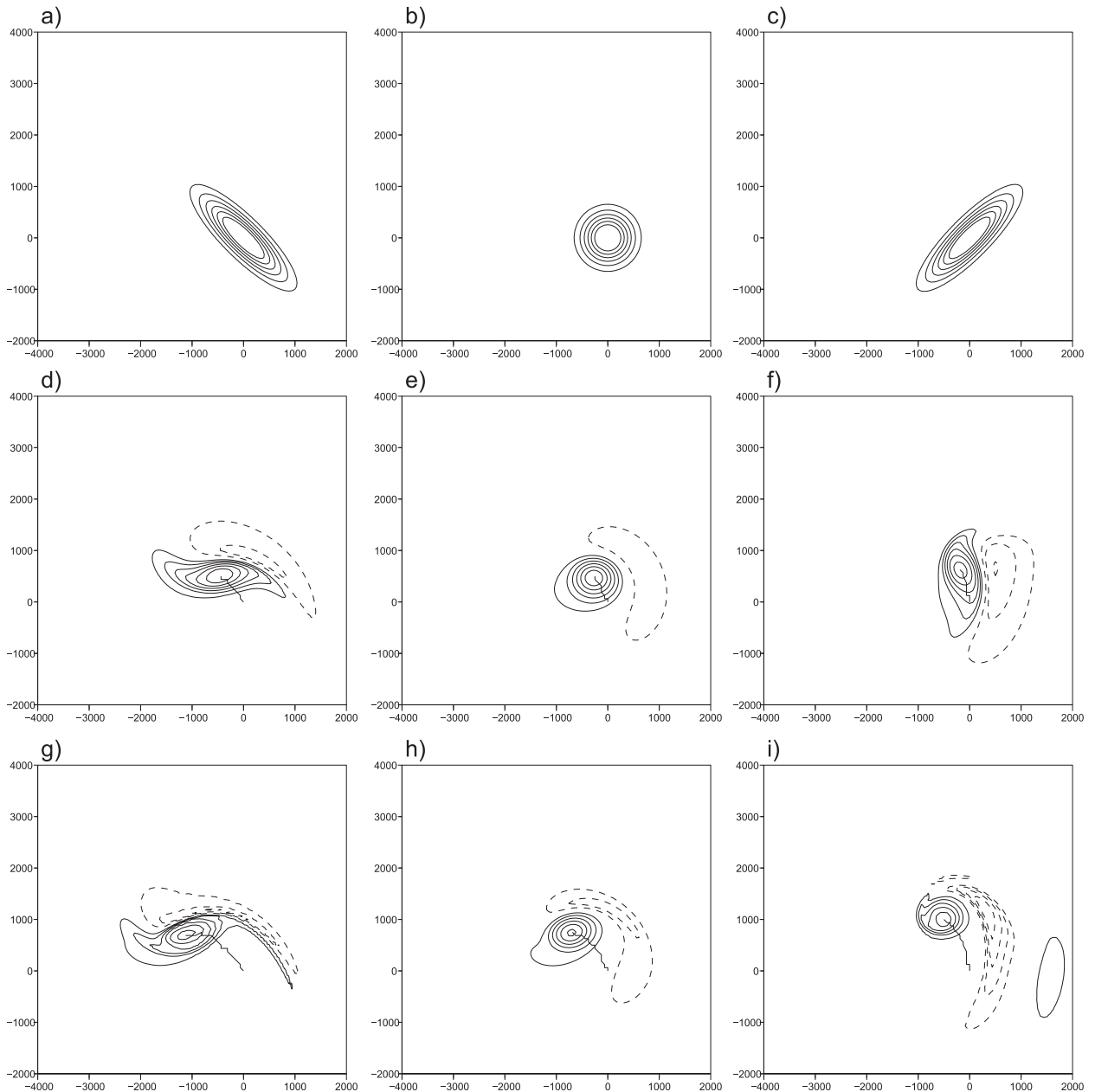


FIG. 2. Relative vorticity field at different times for a cyclone with (a),(d),(g)  $e = 0.96$  and  $\gamma_0 = 45^\circ$ , (b),(e),(h)  $e = 0$ , and (c),(f),(i)  $e = 0.96$  and  $\gamma_0 = -45^\circ$ , where (a)–(c)  $t = 0$  h, (d)–(f)  $t = 15$  h, and (g)–(i)  $t = 30$  h. Positive values are represented by solid contours between  $2 \times 10^{-5}$  and  $1.1 \times 10^{-4}$  every  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Negative values are represented by dashed contours between  $-1.1 \times 10^{-4}$  and  $-2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  every  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . The thick black line is the trajectory of the cyclone.

by the meridional position) of the cyclone is strongly affected by its elongation: an elongated cyclone moves northward more rapidly than a less elongated one. The relative amplitude of the anticyclone compared to the cyclone (measured as the absolute ratio of the minimum relative vorticity of the perturbation to its maximum) at different times is shown in Fig. 4b: the more deformed the cyclone, the stronger the anticyclone. A similar result

holds for the corresponding linear experiments (Fig. 4c), except that there is a plateau when  $r_0 > 4.5$ . Thus a linear process ensures a stronger anticyclone for a more elongated cyclone. A qualitative interpretation of this observation is provided below in terms of the group velocity of Rossby waves.

To conclude, both the angle  $\gamma_0$  and the aspect ratio of the cyclone play a role in the anticyclone growth. As

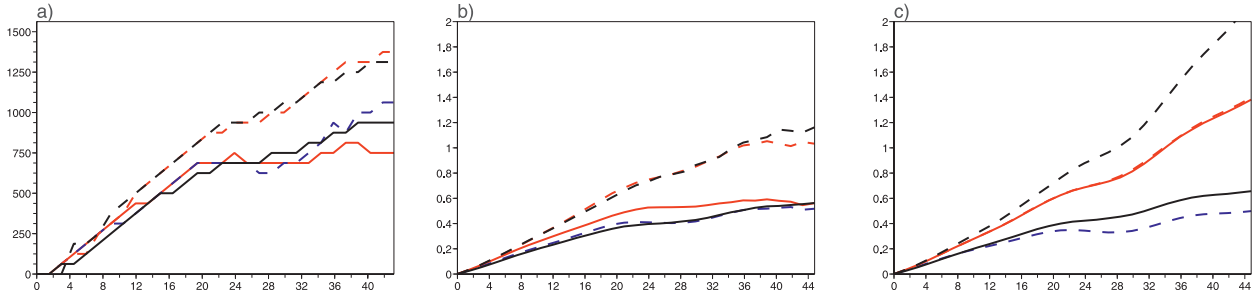


FIG. 3. (a) Meridional position (km) of the different cyclones as function of time (h). (b), (c) Ratio of the minimum of the perturbation relative vorticity to its maximum in the (b) nonlinear and (c) linear experiments as a function of time. The solid black line corresponds to  $e = 0$ . Other lines correspond to the vortex with  $e = 0.96$ : solid red line with  $\gamma_0 = 45^\circ$ , blue line with  $\gamma_0 = 90^\circ$ , dashed red line with  $\gamma_0 = -45^\circ$ , and dashed black line with  $\gamma_0 = 0^\circ$ .

$\gamma_0$  gets closer to  $0^\circ$  (in a linear context) or to  $[-45^\circ, 0^\circ]$  (in a nonlinear context), the anticyclone becomes stronger, and the cyclone moves faster northward. In addition, the more meridionally stretched the cyclone is, the stronger the anticyclone (due to linear effects) and the more rapid the northward displacement of the cyclone. We made sensitivity tests changing the cyclone initial shape (for instance, a vortex Gaussian in streamfunction) or changing the amplitude and the results do not qualitatively change.

### c. Interpretation

We now analyze the linear process, which ensures a stronger anticyclone when the cyclone is more stretched along a direction near  $\gamma = 0^\circ$ . In the linear simulation, only the radiation of Rossby waves matters. The relation between the meridional wind and the relative vorticity in Fourier space is  $\hat{v}' = -ik\hat{\zeta}'/K^2$ , where  $k$ ,  $l$ , and  $K$  denote respectively the zonal, meridional, and total wavenumbers. In our simulations, since the maxima of  $v'$  and  $\zeta'$  are kept the same when changing the eccentricity and the tilt, the ratio  $k/K^2$  remains the same, too. Let us now consider the conservation of wave activity,

$$\partial_t \mathcal{A} + \partial_x (c_g^x \mathcal{A}) = 0, \quad (5)$$

where  $\mathcal{A} = \langle \zeta'^2 \rangle_y / (2\beta)$  is the wave activity density,  $\langle \cdot \rangle_y$  the meridional average, and  $c_g^x$  the zonal group velocity. If we introduce the zonal phase speed  $c^x$ , we obtain

$$\partial_t \mathcal{A} + \partial_x (c^x \mathcal{A}) = -\partial_x [(c_g^x - c^x) \mathcal{A}]. \quad (6)$$

The dispersion of the wave is quantified by the right-hand side term of Eq. (6). The group velocity is equal to  $c_g^x = (k^2 - l^2)\beta/K^4$  and the phase velocity is  $c^x = -\beta/K^2$ . It leads to  $c_g^x - c^x = 2k^2\beta/K^4$ , which is the same between the different experiments at the initial time. The value of  $\mathcal{A}$  is the same, too, because  $\max(\zeta')$  is fixed, and  $(c_g^x - c^x)\mathcal{A}$  is therefore the same. Only the dispersion term  $\partial_x [(c_g^x - c^x)\mathcal{A}]$  varies with  $k$ . The greater  $k$  is, the greater  $\partial_x [(c_g^x - c^x)\mathcal{A}]$  and the stronger the anticyclone.

The quantities  $-\partial_x [(c_g^x - c^x)\mathcal{A}]$  and  $-(c_g^x - c^x)\mathcal{A}$  are shown for three different elongated cyclones ( $e = 0$ ,  $e = 0.8$ , and  $e = 0.9$ ) in Fig. 5. They are estimated by computing respectively  $[\partial_x \zeta'^2 + \partial_x (c^x \zeta'^2)] / (2\beta)$  and its integral with respect to  $x$  for  $y = 0$  with  $c^x$  approximated by  $\beta \min(\psi') / \max(\zeta')$ . As expected,  $-(c_g^x - c^x)\mathcal{A}$  (Fig. 5a) has the same amplitude for the three cases and

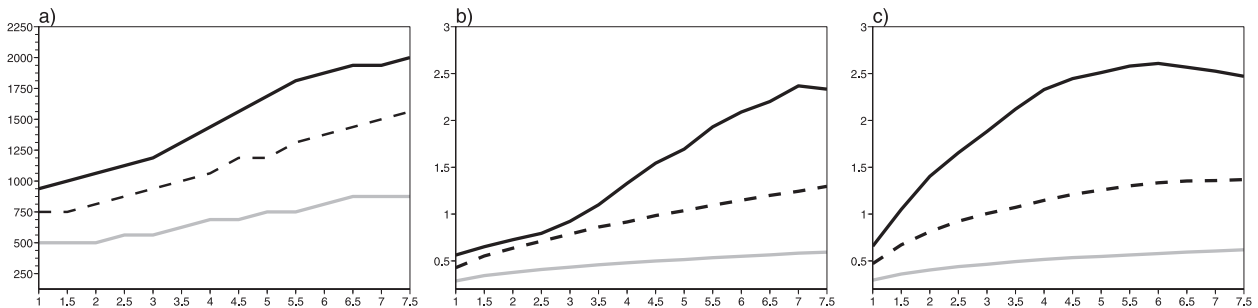


FIG. 4. (a) Meridional position (km) at different times of the different cyclones for different  $r_0$  (in abscissa) and  $\gamma_0 = 0^\circ$ . (b), (c) Ratio of the minimum of the perturbation relative vorticity to its maximum in the (b) nonlinear and (c) corresponding linear experiments for different  $r_0$ . Lines correspond to  $t = 14.9$  (gray), 29.9 (dashed black), and 44.8 h (solid black).



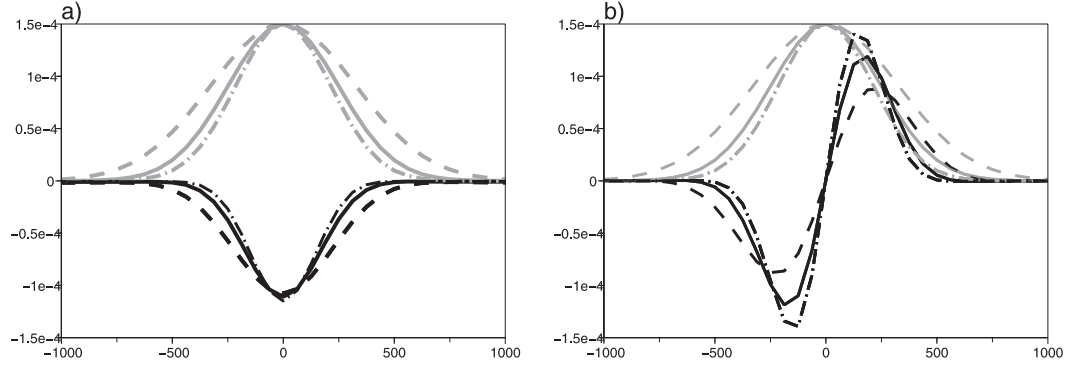


FIG. 5. Shown in gray are initial vorticity profiles vs  $x$  (km) at  $y = 0$  km for a cyclone, with  $e = 0$  (dash-dotted),  $e = 0.8$  (solid), and  $e = 0.9$  (dashed). In black are estimations of (a)  $-(c_g^x - c^x)A$  and (b)  $-\partial_x[(c_g^x - c^x)A]$ .

$-\partial_x[(c_g^x - c^x)A]$  depends on the case. The latter term is stronger for  $e = 0.9$  and decreases with  $e$  (Fig. 5b). It is coherent with the results of Fig. 4c. It is also consistent with the fact that  $\partial_x[(c_g^x - c^x)A]$  varies with  $k$ . Indeed, it has been checked numerically that the quantity  $\max(\psi')/\min(\psi')$  that approximates  $k$  increases with  $e$  [ $\max(\psi')$  is unchanged but  $\min(\psi')$  decreases when  $e$  increases]. Therefore, a more stretched cyclone along the  $y$  direction has a greater  $k$  that renders larger the dispersion term of Eq. (6). It explains why for  $\gamma = 0$ , the anticyclone is stronger for a greater aspect ratio  $r$  in the linear simulations (see Fig. 4c). This first-order interpretation based on Rossby wave radiation for different cyclone shapes clearly indicates that the generation of an anticyclone east of the cyclone is even more important as the cyclone is meridionally stretched, which confirms the numerical findings of the previous section.

#### 4. Effect of a linear deformation field on a cyclone drift

##### a. Notion of effective deformation

As seen previously, an elongated cyclone moves more rapidly northward than an axisymmetric one. It is due to the development of an anticyclone to its east (through the  $\beta$  effect), the amplitude of which is comparable to the cyclone, so that they form a vortex dipole. It is relevant to examine a more general case for which the large-scale background flow will force the elongation of the cyclone.

The characteristics of a velocity field  $\bar{\mathbf{u}} = [\bar{u}(x, y), \bar{v}(x, y)]$  in terms of stretching and shearing can be described by its deformation magnitude  $\bar{D}$

$$\bar{D} = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)^2}, \quad (7)$$

its relative vorticity  $\bar{\zeta}$

$$\bar{\zeta} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad (8)$$

and the Okubo–Weiss criterion  $\Delta$  (Okubo 1970; Weiss 1991),

$$\Delta = \bar{D}^2 - \bar{\zeta}^2. \quad (9)$$

From a meteorological point of view, Rivière and Joly (2006a) have called  $\Delta$  the effective deformation since it is related to the low-frequency or the stationary background wind  $\bar{\mathbf{u}}$ , and not to the total flow  $\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'$ . The quantity  $\bar{D}$  characterizes the straining effects that tend to elongate any perturbation. On the contrary,  $\bar{\zeta}$  represents the rotation effect that makes any perturbation rotate over itself. When  $\Delta > 0$ , the straining effects dominate the rotation and the perturbation will be stretched. When  $\Delta < 0$ , the rotation effect dominates and the perturbation will not be elongated very much. Note that Lapeyre et al. (1999) have proposed a modified version of the Okubo–Weiss criterion to take into account its non-Galilean invariance (and the rotation of the strain axis).

##### b. The experimental design

The time evolution of a vortex in different large-scale flows having uniform shears is examined in the present section. The potential vorticity gradient is still northward as it is due only to the  $\beta$  effect ( $\beta = 4.8 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$  as in the last section). The background velocity components have linear profiles that can be expressed as

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, y) &= -\frac{U}{a}c_y y, \\ \bar{v}(x, y) &= \frac{U}{a}c_x x, \end{aligned} \quad (10)$$

where  $U$  is a velocity scale (here  $U = 48 \text{ m s}^{-1}$ ),  $a$  is a length scale ( $a = 2000 \text{ km}$ ), and  $c_x$  and  $c_y$  are constant in space and time. The stretching characteristics of this flow are  $\overline{D} = (U/a)|c_x - c_y|$ ,  $\overline{\zeta} = (U/a)(c_x + c_y)$ , and  $\Delta = -4(U^2/a^2)c_x c_y$ . This means that for  $c_x c_y > 0$  the flow will be dominated by rotation, and for  $c_x c_y < 0$  by deformation. The appendix describes how to create a velocity field such as Eq. (10) in a biperiodic domain of size  $L_x = L_y = 16\,000 \text{ km}$ . The spatial and temporal resolutions for numerical integrations are equal to  $\Delta x = \Delta y = 62.5 \text{ km}$  and  $\Delta T = 112 \text{ s}$ .

### c. Purely zonal large-scale flow

The first case considered is a meridionally sheared zonal flow for which  $c_x = 0$ , so that  $\overline{u}(x, y) = -(U/a)c_y y$  and  $\overline{v}(x, y) = 0$ . In this case, the rotation and the deformation are equal in absolute value leading to  $\Delta = 0$ . A positive value of  $c_y$  corresponds to a cyclonic shear ( $\overline{\zeta} = c_y U/a > 0$ ) whereas a negative one corresponds to an anticyclonic shear  $\overline{\zeta} < 0$ . The cyclonic and anticyclonic shear cases will be hereafter denoted as C and A, respectively. Note that the two linear terms of Eq. (3) are both responsible for a motion along the  $x$  axis and do not distort the northward motion caused by the nonlinear term. Initial cyclones are axisymmetric [as defined in Eq. (4) with  $e = 0$ ] and are located in the center of the domain. Their parameters are  $\max(\zeta') = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  and  $\max(v') = 22 \text{ m s}^{-1}$ , corresponding to  $L_0 \approx 460 \text{ km}$ .

Gilet et al. (2009) have shown that in a purely zonal large-scale flow (as the one considered here) and in the absence of the beta effect, an initially axisymmetric cyclone evolving in a cyclonic shear remains almost axisymmetric whereas it keeps stretching when it is embedded in an anticyclonic shear. As explained by Kida (1981) and Dritschel (1990), who examined the effect of a linear velocity field on a vortex patch of uniform relative vorticity, the deformation of a vortex depends on the rotational effect due to both the background vorticity and the vortex and on the deformation of the background flow (the deformation induced by the vortex does not apply to itself). In C, the vorticities of the background flow and the vortex have the same sign that tend to concur against the deformation of the background flow. In such a rotation-dominated regime, the vortex cannot be stretched. On the other hand, in A, the two rotational effects tend to cancel each other, so that the deformation is more able to dominate.

Figure 6 shows the relative vorticity of the perturbation at different times in C and A for  $|c_y| = 0.5$ . After 51 h, the cyclone in C (Fig. 6c) remains almost axisymmetric whereas the cyclone in A is stretched (Fig. 6f). We note that this difference of stretching is not visible

after 30 h, which is due to a transient contraction and stretching of the axisymmetric vortex in a shear, as explained in Kida (1981). In both shears, the vortices first move toward the northwest (Figs. 6a,d). After 15 h, the cyclone in C deviates and moves mostly westward (Figs. 6b,c) whereas the cyclone in A still moves northward for a while (Fig. 6e) and later northeastward (Fig. 6f). We observe that the anticyclone intensifies less in C than in A. After 15 h, the anticyclone is located to the northeast of the cyclone in C (Fig. 6a) and then rotates cyclonically around the cyclone. A vortex dipole is not clear in that case (Fig. 6c), while it is obvious in A (Fig. 6f). In the latter case, after 15 h, the anticyclone is located to the east of the cyclone, with a similar amplitude as in C at the same time. However, it strongly intensifies reaching an amplitude similar to the cyclone (in terms of vorticity) at 30 h and is maintained on the eastern side of the cyclone. This is a favorable situation for its amplification through Rossby wave radiation. After 30 h, it forms a vortex dipole with the cyclone and they both move northeastward (Figs. 6e,f).

Figures 7a and 7b respectively quantify the stretching  $r$  and the angle of the cyclone orientation  $\gamma$  with respect to the PV gradient as function of time (see the end of section 2b for their computation). In C, the aspect ratio of the cyclone does not exceed the value 1.8 and the vortex keeps rotating anticlockwise (Figs. 7a,b). In A, the aspect ratio is larger than in C after 34 h and reaches 2.6 at  $t = 54 \text{ h}$  (Fig. 7a). Furthermore, the tilt with the PV gradient  $\gamma$  reaches a stable value near  $-40^\circ$  (Fig. 7b). There is a transient period during the first 34 h when cyclones have a similar stretching. This period was much shorter in the study of Gilet et al. (2009). Apart from this, we obtain the same result (here in presence of a  $\beta$  effect), namely that a cyclone evolving in a cyclonic shear preserves its shape, whereas this is not the case in an anticyclonic shear.

Figure 7c shows the relative amplitude of the anticyclone compared to the cyclone as a function of time: in C, the ratio remains lower than 0.5 whereas it reaches 0.8 in A. This is consistent with Fig. 6e, which shows a coherent vortex dipole at 30 h in A and not in C (Fig. 6b). As in section 3, there is still a correlation between the cyclone stretching and the anticyclone strength, as can be seen by comparing Figs. 7a and 7c. However, the relative amplitude of the anticyclone compared to the cyclone is stronger in A than in C before 34 h (Fig. 7c)—that is, at a time for which the two cyclones still have the same stretching. It can be interpreted as follows. The tilt of the stretched cyclone in A (equal to  $-40^\circ$ ; see Fig. 7b) is more favorable for the anticyclone intensification than the one in C (close to  $-90^\circ$ ) following the results of section 3.

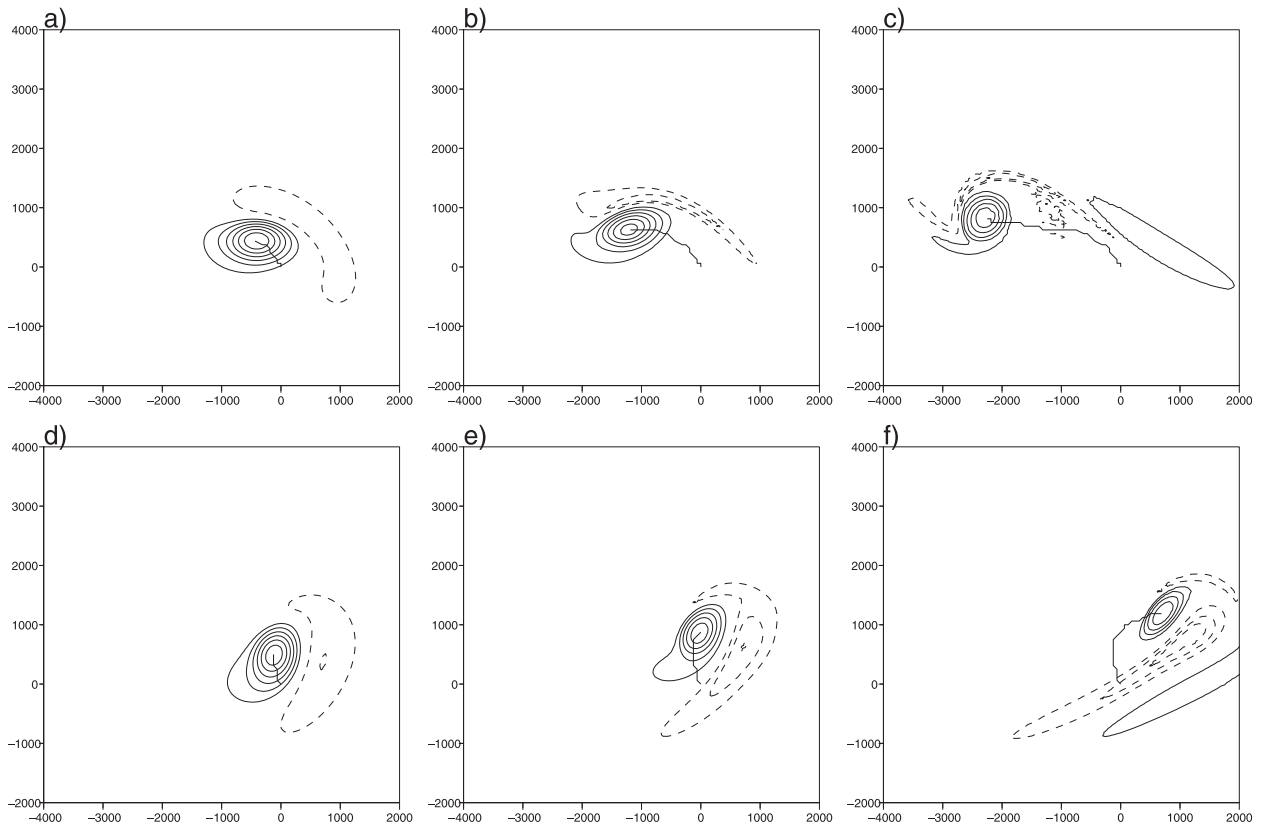


FIG. 6. Relative vorticity field at different times for a cyclone embedded in (a)–(c) a cyclonic shear with  $c_x = 0$ ,  $c_y = +0.5$  and (d)–(f) an anticyclonic shear  $c_x = 0$ ,  $c_y = -0.5$ , at (a),(d)  $t = 15$  h, (b),(e)  $t = 30$  h, (c),(f)  $t = 51$  h. Positive values are represented by solid contours between  $2 \times 10^{-5}$  and  $1.1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  every  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Negative values are represented by dashed contours between  $-1.1 \times 10^{-4}$  and  $-2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  every  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . The thick black line is the trajectory of the cyclone.

The different relative positions of the anticyclone around the cyclone in C and A are due to the fact that the cyclone advects the weaker anticyclone around it, and this rotation is cyclonic. However, the anticyclone motion is sensitive to the sign of the background shear. In A, these two effects tend to compensate each other so that the anticyclone remains almost constantly to the east of the cyclone. On the contrary, in C these two effects add up to each other so that the anticyclone turns rapidly around the cyclone. This is confirmed by Fig. 7d, which shows that the angle formed by the vector linking the anticyclone and the cyclone with respect to the  $x$  axis (denoted  $\theta$ ; see Fig. 1b) remains almost constant with time in A, whereas it keeps increasing in C. This is also observed in Fig. 6 and was verified with other values of  $c_y$  (not shown).

Figure 7e represents the meridional position of the cyclone as function of time for both shears. The cyclone in A moves northward more quickly than the cyclone in C. For instance, at 51 h, the more stretched cyclone, whose aspect ratio equals to 2, is 375 km farther north than the quasi-axisymmetric one (with aspect ratio close

to 1.0). This result is consistent with the strength and the position of the anticyclone. In particular, the first differences in meridional positions occur at 12 h (Fig. 7e), just at the moment when differences in anticyclone strength first appear (Fig. 7c). The interpretation of the differences in northward motion is the following. A weaker anticyclone leads to a slower propagation but the position of the anticyclone is also a key factor for the northward motion. Similarly to the case of  $\gamma_0 = 45^\circ$  in section 3, the anticyclone in C tends to be displaced to the north of the cyclone and the vortex dipole motion is mostly westward. On the contrary, in A, both the stronger amplitude and the more southeastern position of the anticyclone relative to the cyclone concur to a faster northward motion. According to the results of section 3, a value of  $\gamma$  about  $-40^\circ$  is clearly favorable for northward motion.

#### d. Linearly sheared large-scale flow: The general case

The more general case of  $c_x \neq 0$  with  $c_y = -0.5$  [see Eq. (10)] is now examined. The effective deformation is



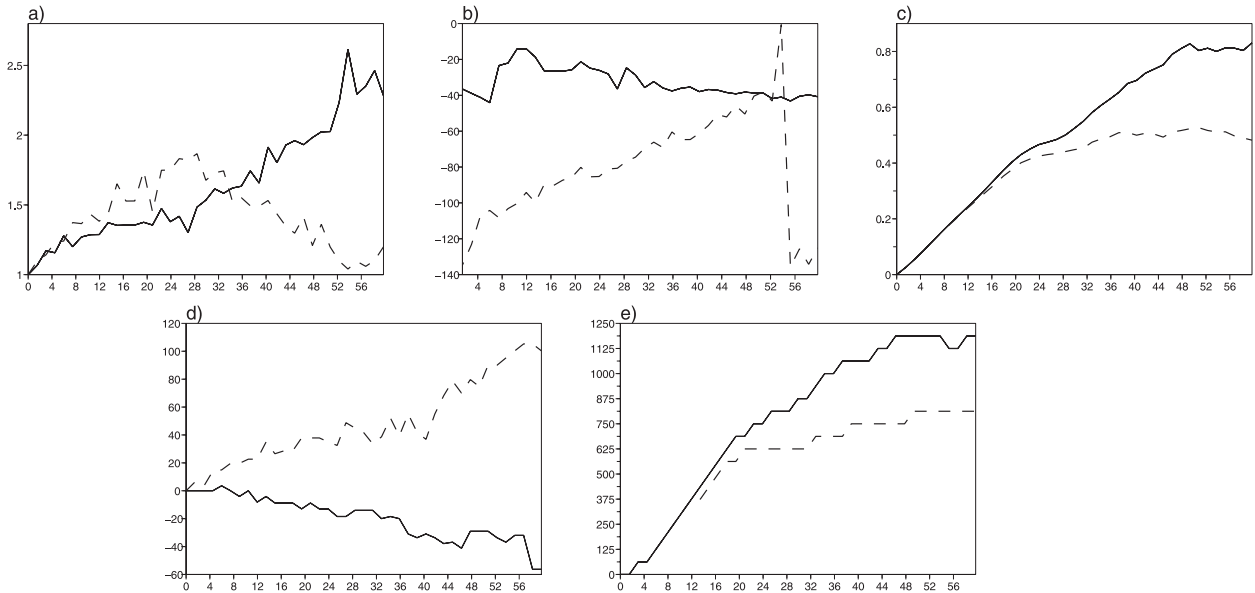


FIG. 7. (a) Cyclone aspect ratio as function of time (h). (b) Cyclone tilt  $\gamma$  (°) as function of time. (c) Ratio of the minimum of the perturbation relative vorticity to its maximum. (d) Angle  $\theta$  (°). (e) Cyclone's meridional position (km). The solid line represents anti-cyclonic shear ( $c_x = 0$ ,  $c_y = -0.5$ ); the dashed line represents cyclonic shear ( $c_x = 0$ ,  $c_y = 0.5$ ).

different from zero ( $\Delta = -4U^2c_xc_y/a^2$ ) but (almost) homogeneous in the domain (see the appendix). The flow is dominated by rotation if  $c_x$  is negative (Fig. 8a) and dominated by straining if  $c_x$  is positive (Fig. 8b). Here, the iso- $\bar{q}$  contours are parallel to the  $x$  axis contrary to the background streamlines. This implies that, in addition to the nonlinear term of Eq. (3), the term  $\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \bar{q}'$  may also be responsible for a northward motion. Therefore, in order to quantify the nonlinear part of the northward motion of cyclones, we must subtract the effect of linear advection. The cyclone position will then be computed by subtracting the cyclone position in the linear experiment to its position in the nonlinear experiment. Note that this method is all the more limited that linear and nonlinear trajectories separate farther apart.

Axisymmetric cyclones with  $\max(\zeta') = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  and  $\max(v') = 22 \text{ m.s}^{-1}$  are introduced at the initial time as before. Cyclones are initialized at the position ( $x = -1875 \text{ km}$ ,  $y = +1875 \text{ km}$ ), namely on the bisector in the northwest part of the domain. The reason for choosing this location is that it allows the cyclone in the deformation flow not to move too fast toward the boundaries of the domain where the deformation is not uniform anymore. The streamlines give a flow toward the northeast in the rotation-dominated flow (Fig. 8a) and a flow toward the southeast in the deformation-dominated flow (Fig. 8b). This is not an issue since we correct the motion relative to the linear trajectory. We have checked that other initial conditions give the same

qualitative results as soon as they are far from the boundaries (not shown).

As expected, the cyclone evolving in the  $\Delta < 0$  flow ( $c_x = -0.4$ ) remains quasi-axisymmetric (Fig. 8a) whereas that in the  $\Delta > 0$  flow is deformed and tilted with an angle  $\gamma \approx -20^\circ$  with respect to the iso- $\bar{q}$  (Fig. 8b). The stretched cyclone has the stronger anti-cyclone (Fig. 8b) and its meridional position corrected from linear advection is more to the north (the corrected meridional position is 937.5 km against 1125 km at 35.8 h), consistent with previous results.

Figure 9 shows the results of simulations at  $t = 35.8 \text{ h}$  for which  $c_y = -0.5$  and  $c_x$  varies from 0 to 0.5 (corresponding to cases dominated by strain) and from  $-0.5$  to 0 (corresponding to cases dominated by rotation). First, we observe a correlation between the aspect ratio of the cyclone (Fig. 9a) and  $\Delta = -4U^2c_xc_y/a^2$  for the cases of positive  $\Delta$  ( $c_x > 0$ ), as expected from the results of Kida (1981). When the effective deformation is negative ( $c_x < 0$ ), the aspect ratio stays close to 1.

Figure 9b represents the tilt  $\gamma$  (see Fig. 1) for various values of  $c_x$ . For  $c_x > 0$ ,  $\gamma$  is close to  $-20^\circ$  whereas for  $c_x < 0$ , the tilt keeps decreasing when  $|c_x|$  increases. This can be interpreted as follows: for  $c_x > 0$ , the cyclone deforms along a direction close to that of the dilatation axis ( $\gamma = -45^\circ$ ) due to linear terms, but since the self-rotation of the cyclone is cyclonic, its orientation turns closer to the PV gradient, and  $\gamma$  becomes closer to  $-20^\circ$ . On the contrary, for  $c_x < 0$ , the vorticity of the ambient flow  $\bar{\zeta} = U(c_x + c_y)/a$  is strongly negative because

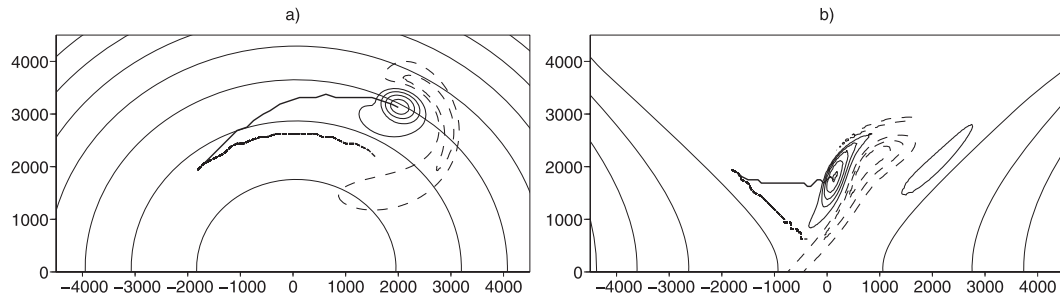


FIG. 8. Relative vorticity field at  $t = 35.8$  h. (a) Negative effective deformation ( $c_x = -0.4$ ,  $c_y = -0.5$ ) and (b) positive effective deformation ( $c_x = 0.4$ ,  $c_y = -0.5$ ). Positive values are represented by solid contours between  $2 \times 10^{-5}$  and  $10 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  every  $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Negative values are represented by dashed contours between  $-10 \times 10^{-5}$  and  $-2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  every  $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . The thick line represents the trajectory of the perturbation (dashed line for linear evolution, solid line for nonlinear evolution); the thin line represents iso- $\psi$ .

$c_y = -0.5$ . This means that the background flow exerts an anticyclonic rotation on the cyclone, all the more important when  $c_x$  approaches  $-0.5$ . This explains why  $\gamma$  becomes more negative when  $c_x$  tends to  $-0.5$  in the rotation-dominated flow (Fig. 9b).

The anticyclone is weaker for  $c_x < 0$  than for  $c_x > 0$  (Fig. 9c), which is logical because the latter case has a more favorable orientation  $\gamma \approx -20^\circ$  for the anticyclone formation according to section 3.

Let us look at the position of the anticyclone around the cyclone (Fig. 9d). In the rotation-dominated flow, for moderate negative values of  $c_x$ , the anticyclone is located to the southeast of the cyclones, and for strong negative values it is mostly to the east. Around  $c_x = -0.25$ , a rapid

change of tendency can be observed. A detailed examination of the time evolution (not shown) has led to the following interpretation: for strong negative values of  $c_x$ , the anticyclone seems to move closer to the cyclone (a possible explanation could be related to the large-scale flow). In that case, we can expect that the anticyclone will also wrap up around the cyclone more rapidly (by comparison with cases of moderate negative values of  $c_x$ ). As a result, the anticyclone moves to the east-northeast of the cyclone, a favorable location for its growth through the beta effect. On the contrary, for moderate negative values of  $c_x$ , the anticyclone remains southeast of the cyclone and does not amplify. This is also in agreement with Fig. 9c. In the deformation-dominated flow, as  $c_x$

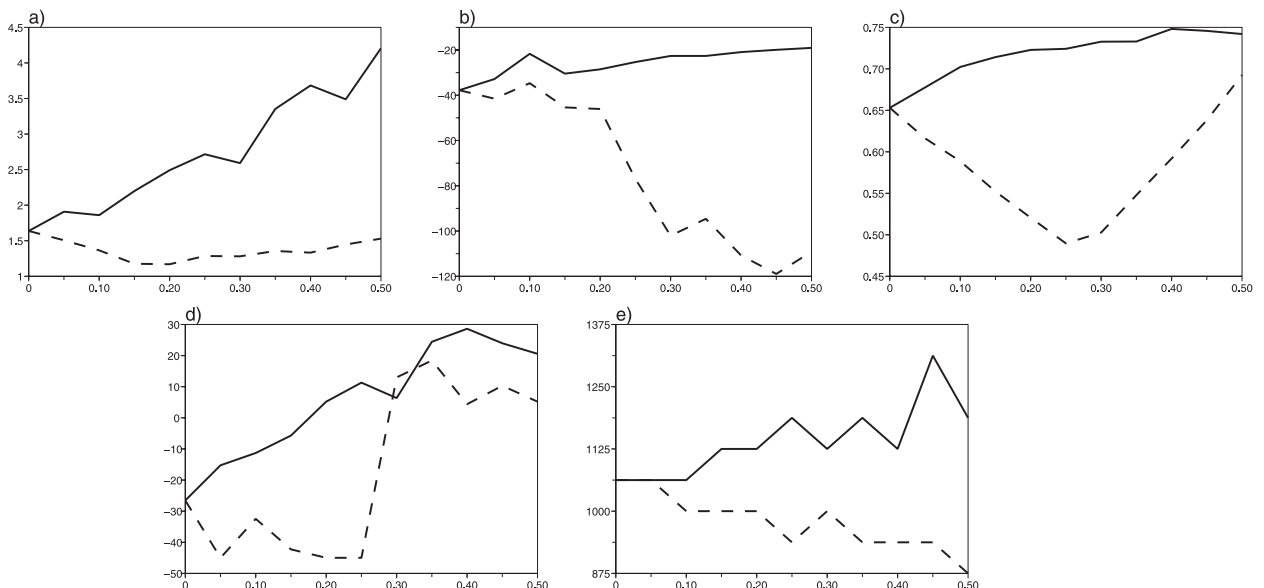


FIG. 9. (a) Cyclone aspect ratio for different  $c_x$  (abscissa represents  $|c_x|$ ). (b) Cyclone tilt  $\gamma$  ( $^\circ$ ) as a function of time. (c) Ratio of the minimum of the perturbation relative vorticity to its maximum. (d) Angle  $\theta$  ( $^\circ$ ). (e) Cyclone's meridional position corrected from linear advection (km). The solid line represents positive effective deformation ( $c_x > 0$ ,  $c_y = -0.5$ ); the dashed line represents negative effective deformation ( $c_x < 0$ ,  $c_y = -0.5$ ). The different quantities are computed at 35.8 h.

increases from 0 to 0.5, the anticyclone tends to move to the northeast of the cyclone. It is in agreement with the explanation given for the position of the anticyclone in the case of linearly sheared zonal flow. Indeed, as  $c_x$  becomes more positive, the background flow has a weaker anticyclonic rotation, which is less able to counteract the advection by the cyclone.

Finally, Fig. 9e represents the meridional position of the cyclone corrected from its linear trend. It is clear that the cyclone in a deformation-dominated flow ( $\Delta > 0$  and  $c_x > 0$ ) moves farther northward than a cyclone in a rotation-dominated flow. A correlation is observed among the aspect ratio of the cyclone (Fig. 9a), the anticyclone strength (Fig. 9c), and the meridional position of the cyclone (Fig. 9e). The more northward motion for the deformation-dominated flow can be also explained by the more favorable orientation of the vortex, as already said (Fig. 9b), and the main eastward position of the anticyclone relative to the cyclone (Fig. 9d).

These results have been checked to be qualitatively the same using an initially shielded vortex (i.e., with an anticyclonic ring such that the total vorticity integrated over the domain is zero). In that case, the same mechanisms are at play, but the anticyclone is much stronger on the eastern side of the cyclone (as the negative vorticity ring rearranges itself on the western and eastern side of the cyclone). The difference in beta drift was therefore amplified in that case.

## 5. The general case of a meandering large-scale jet

### a. The experimental design

The last two sections have highlighted the role of the stretching and nonlinearities in the meridional motion of a cyclone. We now examine a spatially nonuniform jet that is meandering, a situation more realistic for the atmosphere. Gilet et al. (2009) have studied the time evolution of a cyclone in a purely zonal jet (i.e., with no effective deformation) and have shown that the cyclone trajectory was dependent on the shear and the beta effect. To take into account a flow with a nonzero effective deformation, we consider a westerly meandering jet whose streamfunction is defined by

$$\bar{\psi} = -\frac{u_0\sqrt{\pi}}{2\alpha} \operatorname{erf}\{\alpha[y - \epsilon \sin(kx - \pi/4)]\}, \quad (11)$$

where  $\operatorname{erf}\{l\} = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^l \exp(-t^2) dt$ . The wind field can be written as

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u_0 \exp(-\{\alpha[y - \epsilon \sin(kx - \pi/4)]\}^2), \\ \bar{v} &= u_0 \epsilon k \cos(kx - \pi/4) \exp(-\{\alpha[y - \epsilon \sin(kx - \pi/4)]\}^2). \end{aligned} \quad (12)$$

TABLE 1. Parameters of the large-scale meandering westerly jet [see Eq. (11)].

$u_0$	$37.5 \text{ m s}^{-1}$
$k$	$\frac{4\pi}{L_x} \simeq 8 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$
$\epsilon$	$\frac{L_y}{4\pi} \simeq 640 \text{ km}$
$\alpha$	$\frac{2\pi}{L_y} \simeq 8 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$
$\beta$	$1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$

Table 1 gathers the values of the jet parameters. The size of the domain is now  $L_x = 16\,000 \text{ km}$ ,  $L_y = 8000 \text{ km}$ . The jet maximum (or jet core) is defined as the maximum zonal wind speed whose isoline satisfies  $y = \epsilon \alpha \sin(kx - \pi/4)$ .

Figure 10 shows the background streamlines, the background PV contours, and the effective deformation as defined in Eq. (9). It can be noted that streamlines and PV contours are not exactly parallel with the latter undulating more than the former. Moreover, the PV gradient  $\nabla \bar{q}$  is not spatially uniform anymore, but points mainly northward with a maximum value equal to  $7.4 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . The effective deformation exhibits positive areas on the northern side of the ridges and on the southern side of the troughs. The relative vorticity field is positive north of the jet (reflecting cyclonic shear) and negative south (reflecting anticyclonic shear); it reaches values on the order of  $3.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . It can be easily shown from Eq. (12) that areas located south of the jet where  $\Delta < 0$  (see Fig. 10) correspond locally to cases of section 4c where  $c_x < 0$  and  $c_y < 0$  and those where  $\Delta > 0$  with cases where  $c_x > 0$  and  $c_y < 0$ .

### b. Evolution of two cases

The time evolution of two typical cyclones is first described. The numerical simulations were integrated using a spatial resolution of  $\Delta x = \Delta y = 62.5 \text{ km}$  and a temporal resolution of  $\Delta T = 112 \text{ s}$ .

Figure 11 shows the perturbation relative vorticity for two simulations initialized with a cyclone located at  $750 \text{ km}$  south of the jet core in a region of negative  $\Delta$  (Figs. 11a,c,e) and in a region of positive  $\Delta$  (Figs. 11b,d,f). At  $t = 16.5 \text{ h}$ , the cyclone initialized in the area where  $\Delta < 0$  is still quasi-isotropic (Fig. 11c) whereas the cyclone initialized in the area where  $\Delta > 0$  is deformed and tilted with an angle  $\gamma$  near  $-20^\circ$  with respect to the local iso- $\bar{q}$  (Fig. 11d). The anticyclone that develops east of the cyclone is visible; at this time its strength is similar in amplitude for the two cases. The less deformed cyclone crosses the jet core in a zone (Fig. 11e) that will appear to be a preferential zone for the jet crossing (see

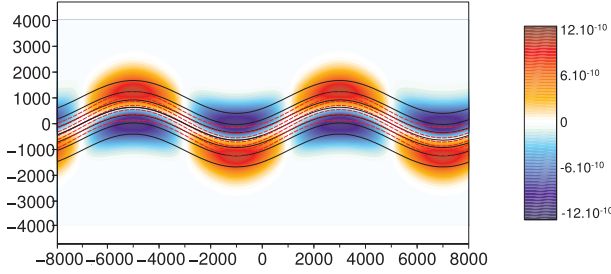


FIG. 10. The color shading is the effective deformation field of the westerly meandering jet. Black contours are the associated streamlines  $\bar{\psi}$  and red dashed contours the iso- $\bar{q}$  lines.

following section) and a few hours after the most deformed cyclone that crosses the jet core downstream of the preferential zone (Fig. 11f). Note that the anticyclone is stronger at  $t = 24$  h for the deformed cyclone than at  $t = 31$  h for the less deformed one. Thus, the most deformed cyclone has a stronger anticyclone and crosses the jet faster than the less deformed one.

To see the robustness of these results, we changed the cyclone radial profile, its amplitude, or its diameter. In these different cases, we qualitatively obtain the same results, except that the stretching of the cyclone may be different, as well as the anticyclone strength, leading to slower or faster northward motion depending on the value of these parameters.

### c. Statistical study of cyclones characteristics

The model is successively initialized with 256 cyclones located in the 256 grid points along the  $x$  axis, at a distance  $d$  to the south of the jet core,  $d$  varying from 375 to 1000 km every 125 km. It leads to  $256 \times 6 = 1536$  trajectories.

Statistics on the 1536 cyclones are analyzed in the present section to confirm the mechanisms leading to the northward motion of the cyclones. The trajectory is defined as the successive positions of the maximum of the perturbation relative vorticity field as a function of time. We arranged it so that we always consider the main cyclone: indeed, dispersion of Rossby waves leads to the growth of a secondary cyclone which can become stronger than the main cyclone after some time. Other ways of tracking the cyclone consist in considering either the minimum of perturbation streamfunction field or the northeastern point of a given isoline of relative vorticity [e.g.,  $\zeta' = 0.8 \max(\zeta')$ ]. These two last methods led to similar results as the first one.

The position and time of the jet crossing is defined as follows. For each cyclone trajectory, the crossing point, noted  $(x_c, y_c)$ , is estimated by finding time  $t_a$  such that  $[x(t_a - \Delta T_{st}), y(t_a - \Delta T_{st})]$  and  $[x(t_a), y(t_a)]$ , are on the anticyclonic and cyclonic side of the jet, respectively

( $\Delta T_{st} = 1.5$  h corresponds to the time for data storage). The values  $x_c$ ,  $y_c$ , and the corresponding time  $t_c$  are then computed by linear interpolation. This last estimation reveals to be sufficient to obtain satisfactory results.

Figure 12a is a scatterplot of the average aspect ratio of cyclones between  $t = 0$  and 18 h as a function of  $\Delta$  integrated along their trajectory between 0 and 18 h. The symbols are associated with different initial distances of cyclones to the jet core. There exists a clear correlation between the stretching of cyclones and the effective deformation of the large-scale jet integrated along their trajectory, as can be expected.

Let us now look at the anticyclones which develop east of the main cyclones. Figure 12b shows the scatterplot of the ratio of the absolute value of the relative vorticity minimum to its maximum at  $t = 18$  h versus the average aspect ratio of cyclones between  $t = 0$  and 18 h. For cyclones too far away from the jet center ( $d = 875, 1000$  km), the weak PV gradient at this distance prevents the formation of a strong anticyclone by Rossby wave radiation. On the contrary, cyclones close to the jet center ( $d = 375, 500$  km) possess very intense anticyclones, as these anticyclones could grow favorably within a large PV gradient. At the same time, these cyclones do not stay enough time in the different regions of deformation to differ from each other because they cross the jet quite rapidly. This is the reason why they have small and similar aspect ratios. For the other sets of distances, a correlation between the cyclone stretching and the anticyclone intensity is verified (see lozenges and diamonds in Fig. 12b).

To quantify the cyclone motion in the direction of the jet core, the cyclone speed component orthogonal to the local iso- $\bar{\psi}$  is introduced and denoted as

$$v_{\perp \bar{\psi}}(t) = -\frac{\mathbf{u}_{\text{traj}}(t) \cdot \nabla \bar{\psi}(t)}{\|\nabla \bar{\psi}(t)\|}, \quad (13)$$

where  $\mathbf{u}_{\text{traj}}(t)$  is diagnosed from the cyclone trajectory. To avoid numerical noise when computing this quantity, its average over a time interval is considered:

$$v_{\text{diag}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \sum_{t=t_1}^{t_2} v_{\perp \bar{\psi}}(t). \quad (14)$$

Figure 12c represents the scatterplot of  $v_{\text{diag}}$  between  $t_1 = 0$  h and  $t_2 = 18$  h versus the ratio of the relative vorticity minimum to its maximum at 18 h. As expected, cyclones having the stronger (weaker) anticyclone have the stronger (weaker) jet crossing speed (correlation coefficient of 0.86 using all cyclones). The velocity toward the jet axis is thus well related to the dipole formed

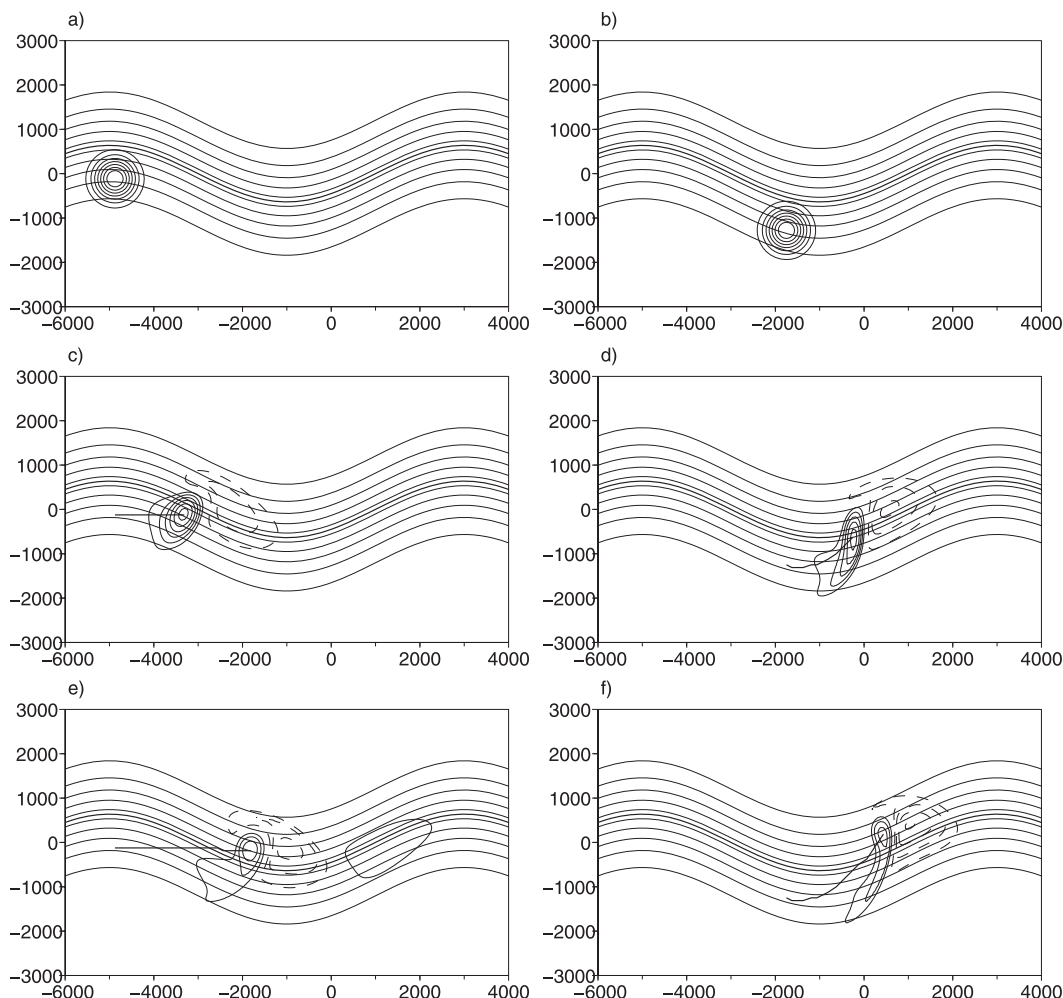


FIG. 11. Black contours indicate the perturbation relative vorticity field for two different initial cyclones at (a),(b)  $t = 0$  h; (c),(d)  $t = 16.5$  h; and (e)  $t = 31$  h and (f)  $t = 24$  h, corresponding to the time of jet crossing. Positive values are represented by solid contours between  $2 \times 10^{-5}$  and  $12.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  every  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Negative values are represented by dashed contours between  $-12.8 \times 10^{-5}$  and  $-2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  every  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Black lines indicate the large-scale flow streamfunction (thick line: jet center). The axisymmetric cyclone is initially located at  $d = 750$  km,  $x_i = -4875$  km for (a),(c),(e) and  $d = 750$  km,  $x_i = -1750$  km for (b),(d),(f).

by the cyclone and its anticyclonic partner. This correlation is also confirmed when comparing the behavior of each category of cyclones as function of their initial distance to the jet axis. The cyclones close to the jet axis (see the crosses in Fig. 12c) experience a large PV gradient, which gives both strong anticyclones and large velocities. On the contrary, cyclones far away from jet axis (see reverse triangles in Fig. 12c) experience a weak PV gradient, which gives both weak anticyclones and small velocities.

Figure 12d completes the picture by showing the scatterplot of  $v_{\text{diag}}$  with  $t_1 = 0$  h and  $t_2 = 18$  h, versus the averaged aspect ratio  $r$  between  $t_1$  and  $t_2$ . For cyclones with initial distances  $d = 500$ , 625, and 750 km, a

correlation can be observed between velocity toward the jet axis and aspect ratio. For cyclones with initial distances close to the jet axis ( $d = 375$  km) or far away from the jet core ( $d = 875$ , 1000 km), there is a smaller correlation between velocity and aspect ratio. As seen above, this might be due to the direct effect of the PV gradient on the anticyclone growth, with stretching playing a less important role for these distances.

Thus, the correlation between the cyclones stretching, the secondary anticyclone and the cyclones' speed component orthogonal to the local iso- $\psi$  that was highlighted in the context of no large-scale jet and linearly sheared large-scale jet is still observed here. The main caveat is that the stretching effect can be of smaller



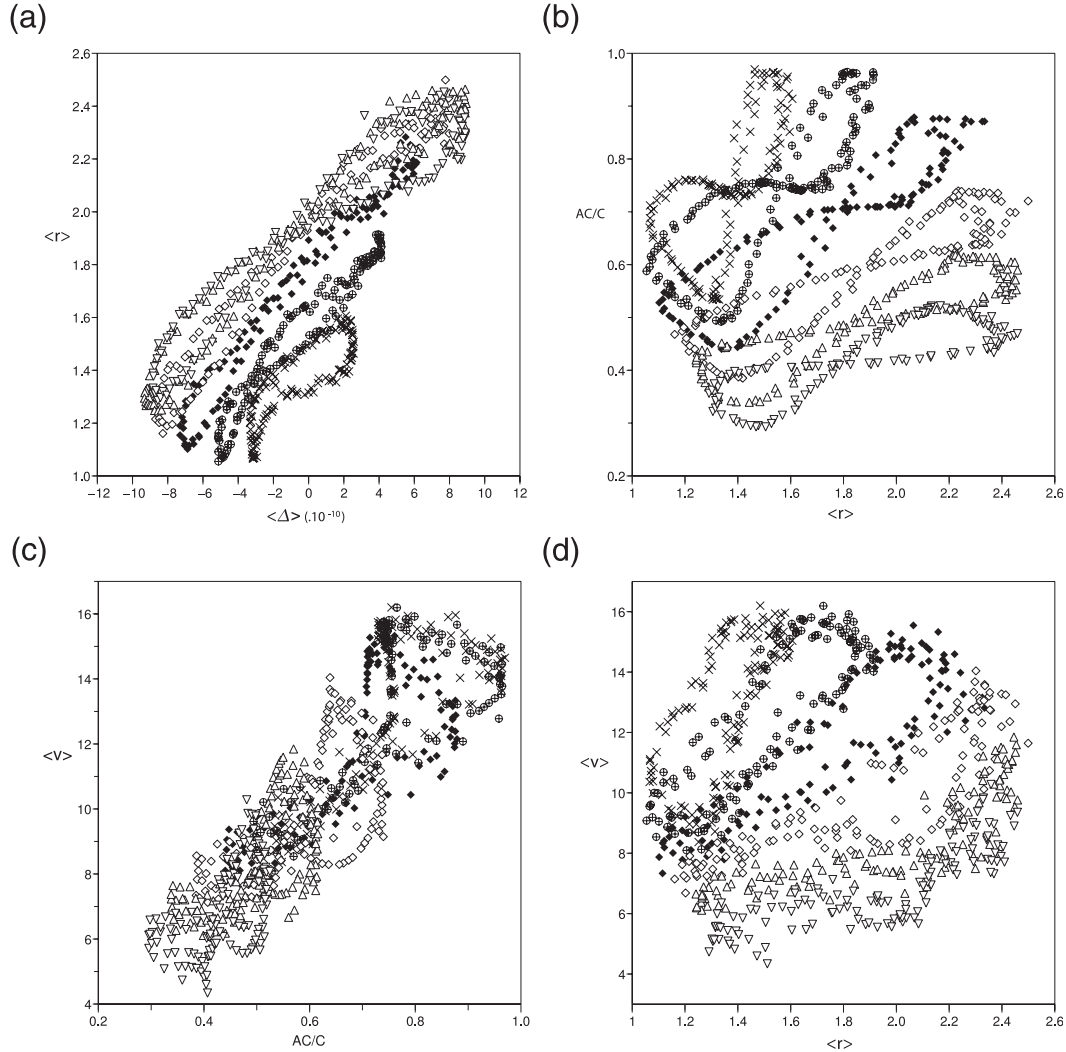


FIG. 12. (a) Scatterplot of the averaged aspect ratio  $r$  between 0 and 18 h vs the average of  $\Delta$  ( $\text{s}^{-2}$ ) between 0 and 18 h (using all cyclones). (b) Scatterplot of the ratio (absolute value) of the minimum of relative vorticity to its maximum at 18 h vs the averaged  $r$  between 0 and 18 h. (c) Scatterplot of  $v_{\text{diag}}$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) between  $t_1 = 0$  h and  $t_2 = 18$  h vs the ratio of the minimum of relative vorticity to its maximum at 18 h. (d) Scatterplot of  $v_{\text{diag}}$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) vs the averaged  $r$  between 0 and 18 h. Symbols correspond to different initial distances from the jet axis:  $d = 375$  (crosses), 500 (circles), 625 (lozenges), 750 (diamonds), 875 (triangles), and 1000 km (reverse triangles).

importance if the PV gradient of the background flow is too large or too small.

#### d. Consequences of deformation mechanisms on the jet-crossing phase

The mechanisms underlined through the statistical study have highlighted that the motion of the cyclones across the jet axis depends on the deformation field. It may also have an impact on the region of this crossing, as will be examined here.

The histogram of Fig. 13 represents the number of cyclones as function of the zonal position  $x_c$  at the time

of the jet crossing. The data are gathered by 500-km-wide intervals along the  $x$  axis for the 1536 cyclones. The number of cyclones having crossed in each interval is given in percent. The figure shows a preferential zone for the jet-crossing phase, located in the western part of the  $\Delta > 0$  area around  $x_c = -2000$  km. This result is statistically robust because the value is higher than a uniform distribution value plus its standard deviation.

To understand the existence of this preferential region of crossing, and how it relates to the deformation mechanisms, let us look at the time  $t_r$  for which cyclones reach an aspect ratio of 2, as a function of the initial position  $x_i$  (Fig. 14, continuous line). For each initial

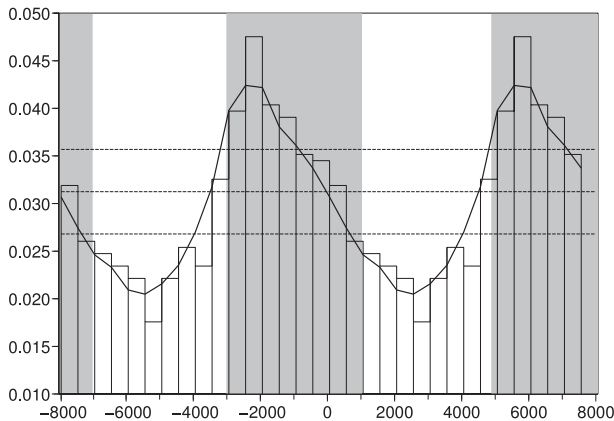


FIG. 13. Histogram of the zonal position  $x_c$  at crossing time. The solid line is three-point smoothing. The dashed lines are associated with a random distribution: mean (middle line) and standard deviation added to/subtracted from the mean. Effective deformation  $\Delta > 0$  at  $x_c$  (south of the jet) in gray shading, and  $\Delta < 0$  in white shading.

distance, the quantity  $t_r$  is averaged over the six cyclones initialized with different distances to the jet center. In the rotation-dominated region ( $\Delta < 0$ ), the averaged time is always longer than 20 h, and the longest time is achieved for initial position in the western part of the  $\Delta < 0$ . In the strain-dominated region  $\Delta > 0$ ,  $t_r$  is smaller than 14 h. This is consistent with the correlation between the stretching and the time-integrated effective deformation field (Fig. 12a).

The time of formation of the anticyclone  $t_{ac}$  (defined as the time for which the amplitude of the anticyclone is 55% the amplitude of the cyclone) is different between cyclones initialized in  $\Delta < 0$  and  $\Delta > 0$  regions and is correlated with  $t_r$  (cf. the dotted line with the continuous line of Fig. 14). Cyclones initialized in the western part of the rotation-dominated region remain longer in this region than cyclones initialized to the east (not shown). They are therefore less stretched than the others and the formation of their anticyclonic partner is slower.

As can be expected from the statistical results, the time of crossing will be the longest for the cyclones initialized at the western edge of the  $\Delta < 0$  area (see the thick dash-dotted line in Fig. 14). On the contrary, cyclones whose  $t_c$  is the shortest are those initialized at the western edge of the  $\Delta > 0$  area.

Because the time crossing decreases with  $x_i$  for negative  $\Delta$  and for  $x_i$  between  $-7000$  and  $-3000$  km (see Fig. 14), cyclones located farther upstream take more time to cross the jet than cyclones located more downstream. This promotes the idea of an accumulation at the crossing time (which is different for each cyclone) of the less stretched cyclones (cyclones initialized in the  $\Delta < 0$  area), which explains the preferential region of the jet

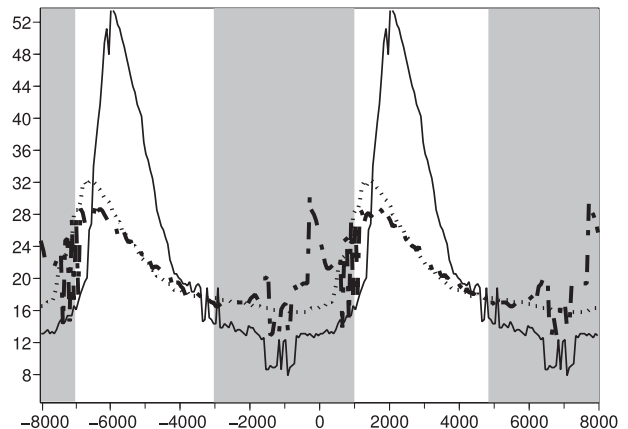


FIG. 14. Crossing time  $t_c$  (thick dash-dotted line),  $t_r$  (solid line), and  $t_{ac}$  (dotted line) (h), as function of the initial longitude of the cyclone  $x_i$  (km). Effective deformation  $\Delta > 0$  at  $x_i$  in gray shading, and  $\Delta < 0$  in white shading. Here  $t_{ac}$  is the time for which the ratio of the minimum of the perturbation relative vorticity with its maximum reaches 0.55, and  $t_r$  is the time when the aspect ratio of the cyclones reaches 2.

crossing located in the western part of the  $\Delta > 0$  area (observed in Fig. 13). Indeed, the cyclones which cross the jet in the preferential zone are associated with a slow stretching and a slow growth in time of their anticyclonic partner, which implies that the beta drift is slower for these cyclones. This behavior is to be contrasted with the cyclones that are initialized in the deformation-dominated region. They are stretched very rapidly (see the thin line in Fig. 14 around  $x_i = -1000$  km) and their associated anticyclone grows rapidly in time (see the thick line in Fig. 14). The increase in the time crossing with  $x_i$  when  $\Delta$  is positive and  $x_i$  is between  $-300$  and  $1000$  km proves the nonaccumulation of the more stretched cyclones (initialized in the  $\Delta > 0$  area) that cross the jet downstream of the preferential zone.

## 6. Conclusions

We have investigated the role of the horizontal deformation and the nonlinearities on the  $\beta$ -drift motion of a cyclone using a barotropic quasigeostrophic model. Three kinds of simulations were examined: a case with no background flow (for which we examined the influence of the shape of the cyclone on its  $\beta$  drift), a case with a linearly sheared large-scale flow, and a case with a meandering jet.

In the case without any background flow on a  $\beta$  plane, a cyclone moves farther northward as its shape is initially elongated. This effect is all the more pronounced that the tilt of the cyclone with the local potential vorticity isolines is oriented between  $-45^\circ$  and  $0^\circ$ . A linear

process assures that a stretching along the meridional direction enhances a secondary anticyclone created by the beta gyres. This cyclone–anticyclone couple then forms a nonlinear vortex dipole that propagates mostly northward.

In a linearly sheared zonal flow, the cyclone evolving in an anticyclonic environment is more stretched and moves northward faster than that embedded in a cyclonic environment. This is consistent with the strength and the position of the secondary anticyclone around the cyclone. This result is a midlatitude extension of the result, obtained in a tropical cyclone context, of Williams and Chan (1994), who showed that an environmental flow with anticyclonic vorticity accelerates the beta drift and a cyclonic vorticity decelerates it.

Experiments with a large-scale flow that includes deformation and vorticity confirm this. Cyclones embedded in a flow dominated by deformation are stretched and move northward more quickly than those in a flow dominated by rotation. This is due to a stronger secondary anticyclone favorably located around the cyclone. Moreover, the more positive the effective deformation is, the faster the beta drift [a result also observed by Li and Wang (1996) in the context of tropical cyclones].

The last part of the paper has dealt with cyclones evolving in a more realistic meandering large-scale flow, whose deformation field is spatially varying. A statistical study revealed a strong correlation among the cyclones stretching, their speed component orthogonal to the streamfunction isolines of the background flow, and the anticyclone strength. These different observations agree with the results obtained with more idealized flows. The deformation mechanisms have consequences on the jet-crossing phase, that is, the phase when a cyclone crosses a jet from its anticyclonic to its cyclonic side. The cyclones initialized in the rotation-dominated region are weakly stretched and move slowly northward. They tend to accumulate slightly to the south of the jet axis at the beginning of a region dominated by the deformation. This region is a preferential zone for the jet crossing. On the contrary, the more stretched cyclones move quickly northward, so that they cross the jet at different locations in space downstream of the preferential zone.

These results can be put in parallel with the study of Vandermeirsh et al. (2003), who examined the interaction between a vortex and a zonal jet in the ocean. They showed that weak vortices (comparing to the rotation of the jet) drift along the jet without crossing it whereas strong ones can cross the jet by forming a dipole with an opposite-signed patch of vorticity or by forming filaments.

The results obtained here suggest that the jet-crossing phase often observed of midlatitude cyclones (Baehr et al. 1999; Rivière and Joly 2006a; Wallace et al. 1988) can be attributed to the combined effects of nonlinearities and deformation in presence of meridional PV gradient due to the existence of the jet. When baroclinic effects are taken into account, it is not the lower-layer PV gradient that matters for the surface cyclone northward motion, but the barotropic meridional PV gradient, as shown by Gilet et al. (2009) in a two-layer quasigeostrophic model in the case of the evolution of a surface cyclone embedded in baroclinic zonal flows. We conjecture by inspecting Fig. 11 of Gilet et al. (2009) that the formation of a strong anticyclone on the eastern side of the cyclone occurs in the upper layer, promoting a vortex dipole that is able to propagate northward and to advect the lower-layer cyclone northward as well. We will examine this mechanism and the energetics of the surface cyclone life cycle in a forthcoming paper.

*Acknowledgments.* The authors want to acknowledge stimulating discussion with Philippe Arbogast, John Methven, Heini Wernli, and Xavier Carton. GL and LO acknowledge funding by the MAIF foundation through the REVAEE project.

## APPENDIX

### Description of the Linear Deformation Flow

The large-scale flow described by Eq. (10) corresponds to a uniform relative vorticity field  $\bar{\zeta} = (U/a)(c_x + c_y)$ . To respect the biperiodicity of the domain, four additive fields were superimposed on the uniform one:

$$\bar{\zeta} = \frac{U}{a}(c_x + c_y) + f_N(y) + f_S(y) + f_E(x) + f_O(x).$$

Each field  $f$  is allowed to periodize the domain at each edge (north, south, east, and west).

The profile of  $f_s(y)$  is defined as

$$f_S(y) = -\frac{2U}{3a}c_y \left\{ 1 + \cos \left[ 2\pi \frac{(y - y_S)}{l_y} \right] \right\},$$

$$f_S(y) = 0, \quad \text{and} \quad y > y_S - l_y/2$$

with  $y_S = 3937.5$  km and  $l_y = 6000$  km. This function is therefore zero between  $-3000$  and  $4000$  km. Defining a similar function for  $f_N$ , we then obtain a periodic function for  $\bar{\zeta}$  in  $y$ . The definitions of  $f_E$  and  $F_O$  are similar.



## REFERENCES

- Baehr, C., B. Pouponneau, F. Ayrault, and A. Joly, 1999: Dynamical characterization of the FASTEX cyclogenesis cases. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 3469–3494.
- Bjerknes, J., and H. Solberg, 1922: Life cycle of cyclones and the polar front theory of atmospheric circulation. *Geofys. Publ.*, **3**, 3–18.
- Cai, M., and M. Mak, 1990: On the basic dynamics of regional cyclogenesis. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 1417–1442.
- Davies, H. C., C. Schär, and H. Wernli, 1991: The palette of fronts and cyclones within a baroclinic wave development. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1666–1689.
- Dritschel, D. G., 1990: The stability of elliptical vortices in an external straining flow. *J. Fluid Mech.*, **210**, 223–261.
- Gilet, J.-B., M. Plu, and G. Rivière, 2009: Nonlinear baroclinic dynamics of a surface cyclone crossing a zonal jet. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 3021–3041.
- Holland, G. J., 1983: Tropical cyclone motion: Environmental interaction plus a beta effect. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 328–342.
- James, I., 1987: Suppression of baroclinic instability in horizontally sheared flows. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 3710–3720.
- Kida, S., 1981: Motion of an elliptic vortex in a uniform shear flow. *J. Phys. Soc. Japan*, **50**, 3517–3520.
- Lapeyre, G., P. Klein, and B. Hua, 1999: Does the tracer gradient vector align with the strain eigenvectors in 2D turbulence? *Phys. Fluids*, **11**, 3729–3737.
- Legras, B., and D. Dritschel, 1993: Vortex stripping and the generation of high vorticity gradients in two-dimensional flows. *Appl. Sci. Res.*, **51**, 445–455.
- Li, X., and B. Wang, 1996: Acceleration of the hurricane beta drift by shear strain rate of an environmental flow. *J. Atmos. Sci.*, **53**, 327–334.
- McWilliams, J., and G. Flierl, 1979: On the evolution of isolated, nonlinear vortices. *J. Phys. Oceanogr.*, **9**, 1155–1182.
- Okubo, A., 1970: Horizontal dispersion of floatable particles in the vicinity of velocity singularities such as convergences. *Deep-Sea Res.*, **17**, 445–454.
- Rivière, G., 2008: Barotropic regeneration of upper-level synoptic disturbances in different configurations of the zonal weather regime. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 3159–3178.
- , and A. Joly, 2006a: Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part I: Barotropic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 1965–1981.
- , and —, 2006b: Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part II: Baroclinic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 1982–1995.
- Schultz, D., D. Keyser, and L. Bosart, 1998: The effect of large-scale flow on low-level frontal structure and evolution in midlatitude cyclones. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 1767–1791.
- Shapiro, M., and D. Keyser, 1990: Fronts, jet streams, and the tropopause. *Extratropical Cyclones: The Erik Palmén Memorial Volume*, C. W. Newton and E. O. Holopainen, Eds., Amer. Meteor. Soc., 167–191.
- Sutyrin, G., and X. Carton, 2006: Vortex interaction with a zonal Rossby wave in a quasi-geostrophic model. *Dyn. Atmos. Oceans*, **41**, 85–102.
- Thorncroft, C. D., B. J. Hoskins, and M. McIntyre, 1993: Two paradigms of baroclinic-wave life-cycle behaviour. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 17–55.
- Trieling, R. R., J. M. A. van Wesenbeeck, and G. J. F. van Heijst, 1998: Dipolar vortices in a strain flow. *Phys. Fluids*, **10**, 144–159.
- Uccellini, L. W., 1990: Processes contributing to the rapid development of extratropical cyclones. *Extratropical Cyclones: The Erik Palmén Memorial Volume*, C. W. Newton and E. O. Holopainen, Eds., Amer. Meteor. Soc., 81–105.
- Ulrich, W., and R. K. Smith, 1991: A numerical study of tropical cyclone motion using a barotropic model. II: Motion in spatially-varying large-scale flows. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **117**, 107–124.
- Vandermeirsh, F., X. Carton, and Y. G. Morel, 2003: Interaction between an eddy and a zonal jet. Part I. One-and-a-half-layer model. *Dyn. Atmos. Oceans*, **36**, 247–270.
- Wallace, J., G.-H. Lim, and M. Blackmon, 1988: Relationship between cyclone tracks, anticyclone tracks and baroclinic waveguides. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 439–462.
- Wang, B., X. Li, and L. Wu, 1997: Direction of hurricane beta drift in horizontally sheared flows. *J. Atmos. Sci.*, **54**, 1462–1471.
- Weiss, J., 1991: The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics. *Physica D*, **48**, 273–294.
- Wernli, H., R. Fehlmann, and D. Luthi, 1998: The effect of barotropic shear on upper-level induced cyclogenesis: Semi-geostrophic and primitive equation numerical simulations. *J. Atmos. Sci.*, **55**, 2080–2094.
- , S. Dirren, M. A. Liniger, and M. Zillig, 2002: Dynamical aspects of the life cycle of the winter storm ‘Lothar’ (24–26 December 1999). *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **128**, 405–429.
- Williams, R. T., and J. C. L. Chan, 1994: Numerical studies of the beta effect in tropical cyclone motion. Part II: Zonal mean flow effect. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 1065–1076.

### Complément à l'article I

La significativité des résultats présentés sur l'histogramme de la figure 13 de l'article I a été évaluée en se référant à une distribution aléatoire. On imagine qu'on dispose de  $N = 1536$  cyclones qui sont susceptibles de traverser le courant-jet à différentes longitudes entre  $x = -8000$  km et  $x = 8000$  km. On catégorise les cyclones par leur intervalle de traversée, le domaine étant séparé en  $M = 32$  intervalles. La probabilité pour qu'un intervalle donné soit traversé par un nombre  $K$  de cyclones est égale :

$$\mathcal{P} = C_N^K \left(\frac{1}{M}\right)^K \left(1 - \frac{1}{M}\right)^{(N-K)} \quad (2.25)$$

où  $C_N^K$  désigne le nombre de façons de choisir  $K$  cyclones parmi  $N$  cyclones,  $\left(\frac{1}{M}\right)$  représente la probabilité pour un cyclone de traverser dans l'intervalle donné et  $\left(1 - \frac{1}{M}\right)$  est la probabilité pour un cyclone de traverser dans un intervalle autre que l'intervalle considéré. Le nombre moyen de cyclones ayant traversé le courant-jet dans une région donnée vaut donc :

$$\mathcal{N} = \sum_{K=0}^N K C_N^K \left(\frac{1}{M}\right)^K \left(1 - \frac{1}{M}\right)^{(N-K)} = \frac{N}{M} \quad (2.26)$$

L'écart type associé s'écrit :

$$\sigma^2 = \sum_{K=0}^N K^2 C_N^K \left(\frac{1}{M}\right)^K \left(1 - \frac{1}{M}\right)^{(N-K)} - \left(\frac{N}{M}\right)^2 \quad (2.27)$$

$$= \frac{N}{M} \left(1 - \frac{1}{M}\right) \quad (2.28)$$

On peut considérer que le nombre de cyclones traversant le courant-jet dans une région donnée est significatif s'il est inférieur à  $\mathcal{N} - \sigma$  ou supérieur à  $\mathcal{N} + \sigma$ . Sur l'histogramme de la figure 13 de l'article I, on a indiqué les valeurs associées à  $\mathcal{N}$ ,  $\mathcal{N} - \sigma$  et  $\mathcal{N} + \sigma$ , normalisées par  $N$ .

### 2.4.3 Récapitulatif des résultats de l'article I

Les principales conclusions de l'article I sont présentées ci-après.

En l'absence d'écoulement de base, le cyclone se déplace vers le nord-ouest, ce qui est cohérent avec les effets linéaires et non linéaires de  $\beta$  décrits dans la section 2.1 : ce déplacement a une composante à  $90^\circ$  à gauche du gradient de PV grande échelle (dirigé vers le nord) et une composante le long de ce gradient. On observe la formation d'un anticyclone à l'est du cyclone, qui s'apparente à la  $\beta$ -gyre anticyclonique telle qu'elle a été décrite dans le contexte des cyclones tropicaux et dans celui des tourbillons océaniques. Cet anticyclone se développe par l'effet linéaire de dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby (effet  $\beta$  linéaire) et induit le déplacement du cyclone, avec lequel il forme un dipôle, vers le nord-ouest. On n'observe pas de déplacement vers le nord dans les simulations linéaires.

Le fait nouveau révélé par cette étude est que l'étirement du cyclone selon une direction comprise entre l'axe nord-est/sud-ouest et l'axe nord/sud accélère son déplacement vers le nord. L'anticyclone est alors d'autant plus fort, tout en demeurant globalement à l'est du cyclone, c'est-à-dire dans une position favorable au déplacement vers le nord du cyclone. Ce résultat s'explique par deux aspects. D'une part, on a montré numériquement et analytiquement qu'un étirement d'autant plus fort dans la direction nord/sud favorise la génération d'onde de Rossby par l'effet  $\beta$  linéaire, autrement dit renforce d'autant plus l'anticyclone à l'est. D'autre part, un effet non linéaire se superpose à cet effet linéaire. En effet, l'étirement du cyclone, ainsi que la direction selon laquelle il est étiré, influent sur la position, et donc la force, de l'anticyclone, ce qui a des conséquences sur la direction et la vitesse de déplacement du cyclone. Un cyclone étiré selon une direction nord-ouest/sud-est tend à advecter l'anticyclone autour de lui, vers le nord, ce qui n'est pas une position favorable pour le renforcement de l'anticyclone puisque la génération d'onde de Rossby se fait vers l'est. Comme l'anticyclone est faible, il est alors d'autant plus advecté par le cyclone et induit donc un déplacement du cyclone davantage vers l'ouest que vers le nord. Au contraire, l'anticyclone associé à un cyclone étiré selon une direction nord-est/sud-ouest tend davantage à rester à l'est du cyclone. Il est donc continuellement renforcé par la génération d'onde de Rossby, et la vitesse induite par le dipôle a une composante vers le nord plus importante que dans le cas où le cyclone est étiré selon une direction nord-ouest/sud-est.

L'étude dans un écoulement zonal cisailé méridionalement ( $\Delta = 0$ ) a d'abord montré qu'un cyclone évoluant dans un environnement de vorticité anticyclonique ( $\partial_y \bar{u} > 0$ ) est plus étiré qu'un cyclone dans un environnement de vorticité cyclonique ( $\partial_y \bar{u} < 0$ ). On obtient le même résultat que Gilet et al. (2009) mais en présence de  $\beta$  ici. De plus, le cyclone le plus étiré a un anticyclone plus fort et positionné de façon plus favorable pour le déplacement vers le nord que le cyclone le moins étiré, et son déplacement vers le nord par le  $\beta$ -drift non linéaire est donc plus rapide que celui de ce dernier. Ce résultat extrapole aux moyennes latitudes celui obtenu par Williams et Chan (1994) dans le contexte des cyclones tropicaux, qui ont montré que dans un écoulement zonal cisailé méridionalement, une vorticité anticyclonique (resp. cyclonique) accélère (resp. décélère) le  $\beta$ -drift.

L'étude dans un écoulement cisailé non zonal, donc de champ de déformation effective  $\Delta$  non nul cette fois (mais uniforme), confirme la tendance déjà observée : les cyclones évoluant dans un écoulement dominé par la déformation ( $\Delta > 0$ ) sont étirés et se déplacent plus vite vers le nord (après soustraction de l'effet d'advection linéaire par l'écoulement de base) que ceux évoluant dans un écoulement dominé par la rotation ( $\Delta < 0$ ). Cela est dû à un anticyclone plus fort et localisé plus favorablement autour du cyclone. On montre d'ailleurs que plus  $\Delta$  est positif, plus rapide est le déplacement vers le nord. Ce résultat co incide avec ce qui a été observé par Li et Wang (1996) dans le contexte des cyclones tropicaux (ils ont en effet montré que plus le cisaillement est positif, plus le  $\beta$ -drift est rapide, voir section 2.1.1.3). Notons que leur interprétation est différente de la nôtre, puisqu'ils interprètent cette tendance en terme énergétique (ils montrent que le taux de conversion d'énergie cinétique de l'environnement vers les gyres est proportionnel au cisaillement de l'environnement).

Dans le cas d'un écoulement de base avec méandres, le champ de déformation effective  $\Delta$  est non uniforme spatialement, et le confinement du jet crée un gradient de PV supplémentaire, en plus du gradient de vorticité planétaire (on travaille dans le plan  $\beta$ ). Dans ce contexte, on a observé un déplacement des cyclones initialisés au sud du courant-jet vers le centre du jet, dans la direction transverse aux isolignes de PV grande échelle, et on a vérifié que c'était un effet purement non-linéaire. Une étude statistique a montré une nette corrélation entre l'étirement des cyclones, leur vitesse de déplacement perpendiculairement au courant-jet et la force de l'anticyclone qui se développe par dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby. De plus, on a montré que les mécanismes de déformation ont des conséquences sur la traversée du courant-jet par les cyclones. En effet, les cyclones initialisés au sud du courant-jet dans une région dominée par la rotation ( $\Delta < 0$ ) sont peu étirés et se déplacent lentement perpendiculairement au jet. Ils tendent à s'accumuler légèrement au sud du courant-jet, à l'entrée de la région dominée par la déformation ( $\Delta > 0$ ) : cette région est une zone préférentielle de traversée du jet. Au contraire, les cyclones les plus déformés (initialisés dans la région  $\Delta > 0$ ) se déplacent rapidement dans la direction transverse au jet, et ils croisent donc le jet à différentes positions dans l'espace, en aval de la zone préférentielle de traversée.

#### 2.4.4 Nos résultats dans un contexte plus général : discussion

On a vu que certains de nos résultats sur l'effet de l'environnement sur le  $\beta$ -drift confirment ceux obtenus dans le cadre des cyclones tropicaux. Cependant, notre étude se distingue principalement des études menées dans le contexte tropical par les deux aspects suivants.

Tout d'abord, les paramètres de l'écoulement grande échelle et des structures tourbillonnaires sont différents dans le contexte des moyennes latitudes et dans celui des cyclones tropicaux. Le tableau 2.1 rassemble les paramètres pertinents dans le cadre de la comparaison. Cela a des conséquences sur les effets du gradient méridien de PV grande échelle ( $\beta$  en première approximation) et du champ de déformation de l'écoulement grande échelle sur les structures tourbillonnaires.

Pour pouvoir comparer chacun de ces effets dans les deux contextes, il est nécessaire d'introduire deux paramètres adimensionnés. Pour quantifier l'effet de  $\beta$ , on peut s'appuyer sur l'équation d'évolution de la PV perturbée (équation (3) de l'article I) et comparer le terme linéaire d'advection de PV  $\vec{u}' \cdot \vec{\nabla} \bar{q}$  (égal à  $\beta v'$  en l'absence d'écoulement de base) avec le terme non linéaire  $\vec{u}' \cdot \vec{\nabla} q'$ . Cela permet d'introduire l'effet beta adimensionné  $\beta^*$ , de l'ordre de  $\frac{\beta L}{\zeta'}$ , où  $L$  est l'échelle de longueur typique du cyclone. Une valeur infinie de  $\beta^*$  correspondrait à une configuration purement linéaire, dans laquelle le  $\beta$ -drift (effet non linéaire) serait inexistant tandis que  $\beta^*$  nul décrirait un régime purement non linéaire où le  $\beta$ -drift n'aurait pas lieu non plus (à cause de l'absence des  $\beta$ -gyres générées par l'effet  $\beta$  linéaire). Ainsi, un  $\beta$ -drift notable des structures tourbillonnaires correspond à des valeurs intermédiaires de  $\beta^*$ . Aux moyennes latitudes,  $L$  est de l'ordre de 2000 km et la vorticité relative typique des structures perturbées est

	Dépression des moyennes latitudes	Cyclone tropical
Taille caractéristique	$L = 2000$ km	$L = 750$ km
Vitesse azimutale maximale	$20 \text{ m.s}^{-1}$	$30 \text{ m.s}^{-1}$
Vorticité relative $\zeta'$	$5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	$2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
Déformation horizontale $\bar{\sigma}$ de l'environnement	$3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	$0.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
Latitude	$45^\circ\text{N}$	$20^\circ\text{N}$
$\beta$	$1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1}.\text{s}^{-1}$	$2.2 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
$\beta$ adimensionné $\beta^* = \frac{\beta L}{\zeta'}$	0.06	0.04
Taux de déformation adimensionné $\frac{\bar{\sigma}}{\zeta'}$	3	0.05

TABLE 2.1 – Ordres de grandeur des paramètres de l'écoulement grande échelle et de la structure tourbillonnaire dans le contexte des dépressions des moyennes latitudes et dans celui des cyclones tropicaux.

$\zeta' \simeq 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , ce qui donne  $\beta^* \simeq 0.06$  à  $45^\circ\text{N}$ . À  $20^\circ\text{N}$ , pour un cyclone tropical de rayon 750 km et de vorticité relative typique  $\zeta' \simeq 4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta^*$  vaut environ 0.04. On constate donc que l'effet  $\beta$  est similaire dans le contexte des moyennes latitudes et dans celui des cyclones tropicaux. Par ailleurs, les valeurs de  $\beta^*$  relativement faibles traduisent le fait que les structures tourbillonnaires restent cohérentes tout en subissant le  $\beta$ -drift.

Concernant l'effet du champ de déformation grande échelle, on a vu que c'est la comparaison des effets de déformation avec les effets de rotation qui permet d'estimer la déformation d'une structure tourbillonnaire (section 2.3). Il semble donc logique d'introduire le taux de déformation adimensionné  $\sigma^*$ , qui est de l'ordre de  $\frac{\bar{\sigma}}{\zeta'}$ . Aux moyennes latitudes, le taux de déformation grande échelle vaut environ  $\bar{\sigma} \simeq 3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , ce qui donne  $\sigma^* \simeq 3$ . Aux latitudes tropicales, le taux de déformation de l'environnement est plus faible, avec  $\bar{\sigma} \simeq 0.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  (pas de courant-jet), ce qui mène à  $\sigma^* \simeq 0.05$ . L'effet de la déformation de l'environnement sur les perturbations des moyennes latitudes est donc environ 6 fois plus fort que dans le cas des cyclones tropicaux. Autrement dit, les cyclones tropicaux s'étirent beaucoup moins que les dépressions des moyennes latitudes. Ainsi, même si nos résultats sont cohérents avec ceux obtenus dans le contexte des cyclones tropicaux (Williams et Chan, 1994; Li et Wang, 1996), nous devons garder en tête que le contexte de notre étude, où les structures tourbillonnaires peuvent s'étirer jusqu'à atteindre des rapports d'aspect de 4, est très éloigné de celui des cyclones tropicaux au vu des différences en terme de déformation.

Un second aspect par lequel notre étude diffère de celles menées sur les cyclones tropicaux concerne la façon dont on appréhende les structures perturbées. En effet, on a vu dans la section 2.1.1 que les cyclones tropicaux sont définis comme des structures symétriques générant des structures perturbées asymétriques (les  $\beta$ -gyres) avec lesquelles ils interagissent. Ils sont donc vus comme des structures ne changeant ni

de taille, ni de forme pendant leur déplacement. Dans notre étude, on adopte une vision différente puisqu'on n'effectue pas cette distinction entre l'écoulement perturbé symétrique et l'écoulement perturbé asymétrique : la perturbation synoptique est vue comme un patch de vorticité perturbée positive qui s'étire tout en se déplaçant. Le fait que les cyclones tropicaux se déforment peu par rapport aux dépressions des moyennes latitudes est d'ailleurs cohérent avec chacune des deux approches : le cyclone tropical est vu comme une structure isotrope et la perturbation synoptique des moyennes latitudes comme une structure qui s'étire. Il pourrait cependant être intéressant d'appliquer l'approche adoptée dans le contexte des cyclones tropicaux à notre étude, en séparant l'écoulement perturbé en sa composante symétrique et sa composante asymétrique. Cela permettrait d'appréhender l'effet de la déformation du point de vue de son impact sur les gyres asymétriques plutôt que sur l'écoulement perturbé total. Par exemple, les cyclones elliptiques de la section 3 de l'article I se révéleraient en fait correspondre à des structures cycloniques symétriques auxquelles on aurait superposé un écoulement perturbé asymétrique, autrement dit des gyres, de position angulaire et de force dépendant de l'étirement et de l'inclinaison du cyclone elliptique associé. Les conséquences de l'orientation et de l'étirement des cyclones sur leur trajectoire, telles qu'elles ont été mises en évidence et expliquées dans l'article I, pourraient alors être revisitées. Toujours pour tenter de faire le lien entre nos résultats et ceux obtenus dans le contexte des cyclones tropicaux, on peut aussi se demander si le fait que des vents extérieurs plus forts engendrent un déplacement plus rapide des cyclones tropicaux (Fiorino et Elsberry, 1989a) ne pourrait pas être relié à notre conclusion sur l'effet de l'étirement qui accélère le déplacement vers le nord. En effet, le profil de vent associé à un cyclone étiré est plus riche en grandes échelles (du point de vue de la décomposition en série de Fourier) qu'un cyclone isotrope : on pourrait ainsi considérer que l'étirement est associé à un renforcement des vents extérieurs, ce renforcement étant évidemment anisotrope.

Concernant la question de la traversée d'un courant-jet barotrope par un tourbillon, notre étude peut être mise en parallèle avec celle de Vandermeirsch et al. (2003a), qui ont observé qu'un tourbillon assez fort peut traverser un courant-jet zonal en formant un dipôle avec un méandre de vorticité de signe opposé, ce qui rappelle le dipôle cyclone-anticyclone de notre étude. Par ailleurs, la non traversée des tourbillons les plus faibles observée dans leur étude est cohérente avec le fait qu'on ait montré que la traversée du courant-jet par les cyclones est un effet purement non-linéaire. Cependant, le courant-jet de leur modèle est zonal et associé à une discontinuité de PV, plutôt qu'à un profil continu de PV : comme c'est un paramètre essentiel dans le déplacement des structures tourbillonnaires, cela limite la comparaison entre les deux études. Nos résultats sont également difficilement comparables à ceux de Scheck et Jones (2011a), qui étudient un cyclone tropical, donc de paramètres différents des dépressions des moyennes latitudes (voir tableau 2.1), dans un courant-jet zonal associé à une discontinuité de PV plutôt qu'à un profil continu de PV. De plus, le courant-jet avec méandres de Scheck et Jones (2011b) n'est pas maintenu stationnaire, contrairement au courant-jet de notre étude. On pourrait d'ailleurs supprimer le terme de forçage de notre modèle afin de voir comment la non-stationnarité du courant-jet influencerait sur nos résultats. Notons que cette configuration s'éloignerait alors de celle des cas réels atmosphériques telle

que nous l'appréhendons, avec un écoulement grande échelle représentant la variabilité lente de l'écoulement total par rapport à sa variabilité synoptique (échelle de temps de quelques jours). Cette perspective sera de nouveau évoquée dans la conclusion générale.

Pour conclure, les résultats obtenus dans le cadre barotrope expliquent comment la traversée du courant-jet par les dépressions des moyennes latitudes, souvent observée (Wallace et al., 1988; Baehr et al., 1999; Rivière et Joly, 2006a), résulte des effets combinés des non-linéarités et de la déformation, en présence d'un gradient méridien de PV dû à  $\beta$  et à l'existence d'un jet localisé. Les mécanismes de déformation sont à l'origine d'une zone privilégiée de traversée. Cependant, cette zone privilégiée se situe en amont de celle observée dans les cas réels. En effet, dans l'exemple de la POI17 (figure 1.14), la dépression de surface traverse le courant-jet dans une région qui correspond à une jonction entre deux zones de déformation effective  $\Delta$  positive, situées de part et d'autre de l'axe du jet là où les axes de déformation changent de direction. La traversée de la tempête Xynthia a également eu lieu dans une région de ce type (figure 3.33a). Cette région est appelée point selle du champ de déformation effective  $\Delta$  par Rivière et Joly (2006a). Dans notre étude idéalisée, où l'écoulement grande échelle est modélisé par un courant-jet barotrope avec méandres, la zone privilégiée de traversée se situe à l'entrée de la région du sud du jet où  $\Delta > 0$  (figure 13 de l'article I) et non à sa sortie, qui correspondrait au point selle du champ  $\Delta$  où le cyclone de surface de la POI17 traverse le jet. L'étude idéalisée telle qu'elle a été menée jusqu'alors permet donc une meilleure compréhension des mécanismes de traversée du courant-jet par les perturbations synoptiques, mais ne permet pas de reproduire exactement les traversées observées. Le cadre barotrope dans lequel notre étude idéalisée a été menée en constitue sans aucun doute une limite, dans la mesure où l'interaction barocline entre les structures perturbées et l'environnement grande échelle, qui est un aspect essentiel de la dynamique des moyennes latitudes, est absente du modèle barotrope. La prise en compte de l'interaction barocline est l'objet du chapitre 3.





## Chapitre 3

# Traversée d'un courant-jet barocline par les perturbations cycloniques de surface

Dans ce chapitre, on cherche à généraliser à une atmosphère barocline les mécanismes identifiés dans le contexte barotrope. Autrement dit, on cherche à confronter les effets combinés du  $\beta$ -drift et de la déformation, tels qu'ils ont été décrits dans un cadre barotrope, à l'effet de l'interaction barocline des moyennes latitudes.

Dans cette optique, il est logique de s'intéresser, dans un premier temps, aux études qui ont été menées sur le  $\beta$ -drift non linéaire dans un environnement barocline. On présentera d'abord les études idéalisées de l'effet de la structure verticale des cyclones tropicaux (qui s'avère hautement barocline) et de celui du cisaillement vertical du vent de l'environnement sur leur trajectoire. Puis nous évoquerons la littérature discutant du  $\beta$ -drift dans l'océan barocline, et notamment de la traversée par un tourbillon d'un jet océanique instable barocliniquement. Nous discuterons enfin des mécanismes proposés pour expliquer le déplacement méridien des dépressions des moyennes latitudes.

Le point de vue que nous suivons pour notre étude est fondé sur les résultats que nous avons obtenus dans le contexte barotrope, sur le rôle joué par la déformation et le gradient de PV grande échelle. Dans le cadre du modèle à deux couches quasi-géostrophique dans lequel nous travaillerons, Gilet et al. (2009) ont montré que le  $\beta$ -drift affecte le déplacement des perturbations cycloniques de surface au sein d'un environnement zonal instable barocliniquement. Ils ont dégagé le paramètre clé dans le déplacement d'une perturbation cyclonique vers le nord, conduisant à la traversée du courant-jet grande échelle, à savoir le gradient de PV grande échelle moyenné sur la verticale, qui est principalement positif et orienté vers le nord aux moyennes latitudes. L'étude de Gilet et al. (2009) étant cependant menée dans un environnement de champ de déformation très simplifié (courant-jet zonal) par rapport aux écoulements réels, il semble nécessaire de complexifier l'écoulement de base. On choisit donc de travailler avec un courant-jet avec méandres, comme celui de notre étude menée dans un cadre barotrope, mais avec un profil vertical le rendant instable barocliniquement. On étudiera la traversée de ce courant-jet par des perturbations cycloniques de la couche

inférieure, ce qui nous permettra de généraliser à un environnement instable barocliniquement le mécanisme identifié dans le cadre barotrope (chapitre 2), par lequel le  $\beta$ -drift et la déformation se combinent et influent sur la trajectoire d'une perturbation cyclonique. Ces résultats sont présentés dans la section 3.2, sous la forme d'un article intitulé *On the northward motion of midlatitude cyclones in a baroclinic meandering jet* (en finalisation de rédaction) et de compléments.

Dans une troisième et dernière partie, on s'attachera à reproduire et à comprendre, d'un point de vue énergétique, le creusement des dépressions de surface à la traversée du courant-jet, comme ce fut notamment le cas lors de la POI17 (figure 1.14 page 37). Après avoir introduit les outils nécessaires à l'analyse énergétique, on présentera les résultats obtenus avec le modèle à deux couches quasi-géostrophique, en présence du courant-jet avec méandres idéalisé de notre étude.

## 3.1 Etudes du beta-drift dans un environnement barocline

### 3.1.1 Contexte des cyclones tropicaux

#### 3.1.1.1 Cas d'une structure tourbillonnaire barocline dans un environnement au repos

Les cyclones tropicaux réels ont en fait une structure très barocline : ils sont caractérisés par une zone de basse pression en surface et des vents manifestant une rotation anticyclonique dans les niveaux supérieurs. Cette configuration cyclonique en surface et anticyclonique en altitude résulte en fait du dégagement de chaleur latente associé aux précipitations (et qui fait des cyclones tropicaux « des tempêtes à noyau chaud ») : par l'action de la thermodynamique sur l'étirement des colonnes d'air, des anomalies positives et négatives de PV sont créées respectivement au-dessous et au-dessus de l'anomalie chaude (voir le terme d'étirement de l'équation (1.6)). Cette structure verticale est représentée dans des modèles baroclines à plusieurs couches. Si l'on considère les niveaux indépendants les uns des autres (raisonnement barotrope), on s'attend à ce que les circulations de chaque couche se propagent à des vitesses différentes à cause d'un effet  $\beta$  différent (structures perturbées de profils différents à chaque niveau). Cependant, des effets baroclines se superposent à l'effet  $\beta$  barotrope et empêchent la perte totale de cohérence verticale de la structure perturbée.

Wang et Li (1992) ont montré, en utilisant un modèle à 10 couches dans le plan beta dans un environnement au repos, qu'une perturbation cyclonique à tous les niveaux, d'intensité et de taille diminuant avec l'altitude, reste cohérente verticalement. Ils montrent que le cyclone se déplace vers le pôle et vers l'ouest, avec une vitesse presque indépendante de l'altitude. Pourtant, le  $\beta$ -drift devrait provoquer un déplacement plus lent des structures du haut que de celles du bas, puisqu'elles sont moins intenses et moins grandes (Fiorino et Elsberry, 1989b). Wang et Li (1992) montrent que le maintien de la structure verticale est possible grâce à un mécanisme de couplage vertical via une circulation secondaire. L'advection différentielle de vorticité conduit à un mouvement vertical subsident (resp. ascendant) à l'avant (resp. arrière) du cyclone. La dépendance

de cette vitesse verticale avec l'altitude conduit à des effets de divergence/convergence horizontale, menant à une tendance de vorticité positive à l'avant du cyclone des hautes couches et à l'arrière du cyclone des basses couches : le cyclone est donc accéléré dans les hautes couches et décéléré dans les basses couches, ce qui compense le  $\beta$ -drift plus lent en haut qu'en bas.

Wang et Li (1992) considèrent ensuite une structure perturbée purement barocline, cyclonique dans les couches inférieures et anticyclonique dans les couches supérieures, afin de mieux représenter la structure verticale des cyclones tropicaux. Ils observent que l'anticyclone se déplace vers l'ouest-sud-ouest tandis que le cyclone migre vers le nord-ouest. Ils expliquent cette séparation des parties cyclonique du bas et anticyclonique du haut par une absence du couplage vertical tel qu'on l'a décrit ci-dessus. Dans l'étude de Wang et Holland (1996), menée dans un modèle à 5 couches et dans un environnement au repos, la perturbation considérée est anticyclonique dans les couches supérieures et cyclonique dans les couches inférieures, mais avec un profil vertical fortement barotrope (  la différence de Wang et Li, 1992). Ils retrouvent l'existence de la circulation secondaire évoquée par Wang et Li (1992) et ils observent qu'une telle structure tourbillonnaire reste cohérente : elle se déplace globalement vers le nord-ouest, avec des nuances dans le déplacement des structures de chaque couche qui interagissent entre elles. La perturbation s'incline d'abord sur la verticale, vers l' quateur, à cause de la diminution de l'effet  $\beta$  avec l'altitude, puis son axe tourne cycloniquement autour du cyclone de surface, à cause du couplage des anomalies de PV (Hoskins et al., 1985). En réponse à cette inclinaison se développe une circulation secondaire. Elle se met donc en place pour répondre à l'inclinaison verticale de la perturbation, plutôt que pour maintenir la structure verticale comme suggéré par Wang et Li (1992).

Pour conclure, en parallèle de l'effet  $\beta$  non linéaire qui induit une inclinaison de la structure tourbillonnaire sur la verticale, une circulation secondaire se met en place si le profil vertical de la structure est suffisamment barotrope, ce qui lui permet de rester cohérente sur la verticale.

### 3.1.1.2 Effet du cisaillement vertical de l'environnement sur la trajectoire d'un cyclone tropical

L'inclinaison verticale des structures peut être induite par le cisaillement vertical de l'environnement. Les nombreuses études du mouvement d'une perturbation dans un environnement cisailé verticalement ont permis de dégager deux mécanismes principaux.

Le premier mécanisme a été proposé par Wu et Emanuel (1993) : c'est un mécanisme d'interaction de la perturbation avec elle-même, fondé sur son inclinaison verticale (il correspond au mécanisme dégagé par Wang et Holland (1996) dans un environnement au repos où l'inclinaison provenait de la dépendance du  $\beta$ -drift avec l'altitude à cause du profil barocline de la perturbation). Wu et Emanuel (1993) travaillent dans un modèle quasi-géostrophique à deux couches, avec un écoulement grande échelle cisailé verticalement et en l'absence de gradient de PV grande échelle (ils introduisent un  $\beta$  topographique pour cela). Ils montrent que l'effet direct du cisaillement vertical du vent ambiant est de déplacer l'anticyclone de la couche supérieure en aval (par rapport

au vent cisailé) du cyclone de la couche inférieure. Les circulations des deux couches interagissent, ce qui se traduit par un déplacement du cyclone tropical vers la gauche (dans l'hémisphère nord) du cisaillement. Notons que l'interaction mutuelle entre les couches résulte du principe d'inversibilité du PV (Hoskins et al., 1985) que l'on pourrait résumer ainsi. La PV de chaque couche est une fonction du champ de vitesse. Par inversion à partir des champs de PV de chaque couche, on peut donc calculer le champ de vitesse dans chaque couche. Le point essentiel est que le champ de vitesse dans une couche donnée dépend notamment de la PV de l'autre couche. Le processus décrit par Wu et Emanuel (1993) est résumé sur la figure 3.1. Dans un vent d'ouest cisailé, l'anticyclone de la couche supérieure est déplacé vers l'est par rapport au cyclone de la couche inférieure, et la circulation associée induit un déplacement du cyclone de la couche inférieure vers le nord. Inversement, l'écoulement du cyclone de la couche inférieure induit un déplacement de l'anticyclone de la couche supérieure vers le nord. Ainsi, le couple cyclone-anticyclone se déplace vers le nord. Dans le cas d'un vent d'est cisailé, il se déplace vers le sud. Ce mécanisme a aussi été étudié par Flatau (1994) dans un modèle aux équations primitives à 5 couches.

Le second mécanisme est une généralisation de l'effet  $\beta$  barotrope tel qu'on l'a décrit dans la section 2.1.1.2. Il est lié au fait que le profil vertical de vent peut être associé à un gradient méridien de PV (voir le terme d'étirement dans l'expression de la vorticité potentielle quasi-géostrophique de l'équation (1.6)). C'est Shapiro (1992) qui ont, les premiers, mis en évidence ce second mécanisme en utilisant un modèle à 3 couches dans le plan  $f$ . Un jet d'ouest dans le niveau supérieur est associé à un gradient méridien de PV positif dans la couche supérieure, négatif dans la couche intermédiaire et nul dans la couche inférieure. Ils étudient l'évolution d'une perturbation cyclonique dans les deux couches inférieures et cyclonique plus faible avec une couronne anticyclonique dans la couche supérieure. Dans la couche intermédiaire, à cause du gradient méridien de PV négatif, l'advection de PV par la circulation du cyclone induit une paire de gyres anticyclonique au sud-ouest et cyclonique au nord-est du cyclone : elle sont responsables du déplacement de la structure tourbillonnaire vers le sud-est. Le gradient méridien de PV grande échelle positif dans la couche supérieure ainsi que le mécanisme proposé par Wu et Emanuel (1993) (à l'origine d'un déplacement vers le nord dans un vent cisailé d'ouest) semblent avoir peu d'effet sur la trajectoire de la structure tourbillonnaire. Dans la configuration de l'étude de Shapiro (1992) telle qu'elle est définie en terme de perturbation initiale et d'écoulement grande échelle, c'est donc le gradient méridien du PV grande échelle dans la couche intermédiaire qui contrôle principalement la trajectoire de la structure tourbillonnaire.

L'effet du cisaillement vertical du vent grande échelle sur les cyclones a été approfondie par Jones (1995, 2000a,b). Jones (1995, 2000a) mettent en évidence des effets supplémentaires en étudiant l'influence du cisaillement vertical du vent grande échelle sur un cyclone barotrope : elle s'affranchit ainsi des complications inhérentes à la présence d'un anticyclone dans les couches supérieures. Jones (1995) montre notamment que sous l'effet du cisaillement, le cyclone s'incline verticalement puis que les cyclones des niveaux supérieurs et des niveaux inférieurs tournent autour du cyclone des niveaux intermédiaires, cette rotation s'opposant à l'action destructive du cisaille-

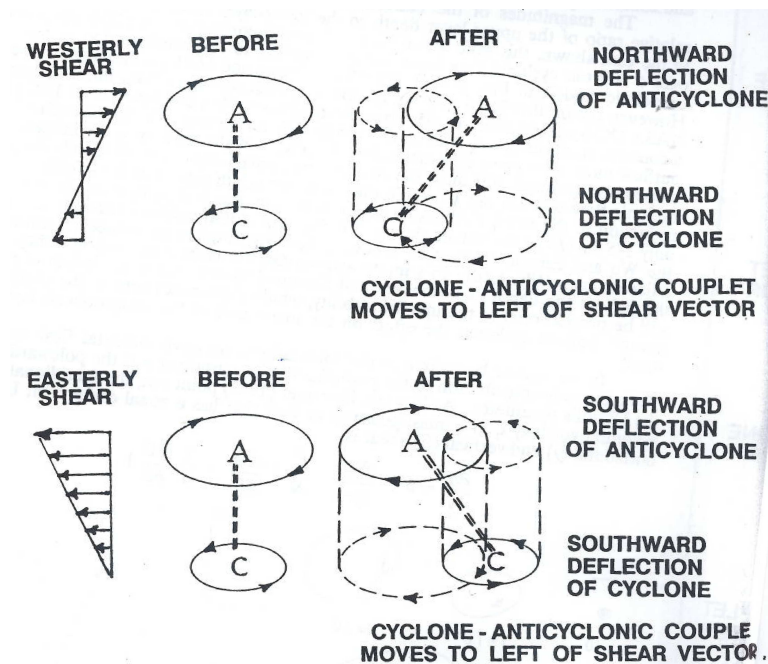


FIGURE 3.1 – Schéma de l'interaction entre un anticyclone en haut (A) et un cyclone en bas (C), initialement à la verticale l'un de l'autre (colonne du milieu), mais soumis à un cisaillement d'ouest (en haut) ou d'est (en bas). D'après le raisonnement de Wu et Emanuel (1993) dans un modèle à deux couches, la distribution de PV dans une couche induit des circulations dans l'autre couche (pointillés) qui déplace les circulations du haut et du bas, comme indiqué dans la colonne à droite.

ment sur le cyclone. La rotation mutuelle des cyclones est accompagnée de la formation de gyres grande échelle. Elles se forment suite à l'advection différentielle de la PV cyclonique par l'écoulement horizontal cisailé, advection due à la circulation secondaire qui se met en place en réponse à l'inclinaison verticale du cyclone. Ces gyres ont un effet rétroactif sur l'inclinaison verticale du cyclone qui dépend de leur position, de leur structure et de l'orientation relative du cyclone incliné. Jones (2000b) a ensuite étudié l'influence du cisaillement vertical du vent grande échelle sur une anomalie barocline purement cyclonique. Elle montre que le cyclone s'incline verticalement, mais la rotation cyclonique observée dans le cas d'un cyclone barotrope n'a lieu que dans la partie inférieure du cyclone, la partie supérieure étant advectée loin du cyclone de surface notamment sous l'effet des gyres grande échelle. Le cyclone est également déformé, surtout dans les niveaux supérieurs où il tend à devenir elliptique tout en extrudant des filaments de PV.

Pour conclure, les études idéalisées qui ont été menées sur la trajectoire des cyclones tropicaux dans un contexte barocline se sont donc surtout focalisées sur l'effet de leur structure verticale, qui tend notamment à s'incliner à cause de l'effet différent du  $\beta$ -drift selon l'altitude ou du cisaillement vertical de vent, et qui influe sur la trajectoire du cyclone de par l'interaction mutuelle entre les structures des différentes couches. Le rôle joué par le gradient de PV de l'écoulement grande échelle sur la trajectoire des cyclones, au-delà de celui joué par le gradient de vorticité planétaire ( $\beta$ ) qui est constant sur la verticale, a très peu été étudié. Il a certes été évoqué par Shapiro

(1992), qui ont utilisé un profil vertical de vent grande échelle menant à un gradient de PV de signes différents sur la verticale (c'est-à-dire à une configuration favorable à l'instabilité barocline), mais leur étude n'a pas permis de dégager de mécanisme sur le rôle du gradient de PV barocline sur la trajectoire des cyclones. Notons que la rareté des études sur la trajectoire des cyclones tropicaux dans un environnement favorable à l'instabilité barocline n'est pas surprenante. En effet, l'atmosphère tropicale ne remplit pas les conditions nécessaires à l'instabilité barocline (le cisaillement vertical de vent  $y$  est faible comparé aux moyennes latitudes, figure 1.1b), et c'est la convection qui est le moteur des cyclones tropicaux, à la différence de l'atmosphère des moyennes latitudes où l'instabilité barocline est la source d'énergie principale des tempêtes.

### 3.1.2 Contexte océanique

En océanographie, beaucoup d'auteurs se sont intéressés à la trajectoire des tourbillons océaniques dans un contexte barocline. On distinguera les études de l'effet de la structure verticale des tourbillons sur leur trajectoire en l'absence d'écoulement grande échelle (Mied et Lindemann, 1979; McWilliams et Flierl, 1979; Reznik et Kizner, 2007; Morel et McWilliams, 1997; Sutyrin et Morel, 1997), de celles de Vandermeirsch et al. (2001, 2003b), faisant intervenir un écoulement grande échelle.

#### 3.1.2.1 Effet de la structure verticale des tourbillons sur leur trajectoire

Mied et Lindemann (1979) se sont intéressés au comportement d'une structure tourbillonnaire constituée d'un tourbillon dans chaque couche d'un modèle à deux couches, dans le plan  $\beta$ . Ils ont mis en évidence quatre comportements distincts : des tourbillons cycloniques associés à des vitesses assez faibles se dispersent rapidement (génération d'onde de Rossby par l'effet  $\beta$  linéaire) et on n'observe aucun effet non linéaire (pas de déplacement méridien) ; dans le cas de tourbillons identiques (tourbillon barotrope) et suffisamment forts, la dispersion est moindre et ils se déplacent vers le nord-ouest ( $\beta$ -drift non linéaire) ; si le tourbillon cyclonique dans la couche supérieure est suffisamment fort par rapport à celui de la couche inférieure, ce dernier se disperse rapidement tandis que le tourbillon de la couche supérieure reste cohérent tout en se déplaçant vers le nord-ouest ; enfin, dans le cas d'une structure hautement barocline (tourbillon cyclonique en surface et anticyclonique en profondeur), les deux tourbillons se déplacent ensemble vers l'est. Ce dernier comportement a également été observé par McWilliams et Flierl (1979), dans le cas de l'étude de l'évolution d'un tourbillon purement barocline dans un modèle à deux couches quasi-géostrophique, dans le plan  $\beta$ . Enfin, Reznik et Kizner (2007) ont étudié analytiquement le  $\beta$ -drift d'un tourbillon cyclonique confiné initialement dans une couche d'un fluide à deux couches (dans l'approximation quasi-géostrophique), donc avec une composante barotrope initiale de même amplitude que sa composante barocline. Ils examinent le développement des  $\beta$ -gyres au cours du temps, qui induisent le déplacement du tourbillon vers le nord-ouest. Plus précisément, ils montrent que l'influence de la composante barocline des  $\beta$ -gyres sur le déplacement du tourbillon tend à s'atténuer et que les  $\beta$ -gyres tendent à devenir barotropes. Ainsi, la trajectoire du tourbillon tend vers celle d'un tourbillon barotrope dans le plan  $\beta$ .

Parmi les études menées sur l'effet de la structure verticale des tourbillons dans des modèles à plus de deux couches, on évoquera celles de Morel et McWilliams (1997) et de Sutyrin et Morel (1997). Morel et McWilliams (1997) ont étudié, avec un modèle quasi-géostrophique à 10 couches, dans le plan  $\beta$ , l'évolution d'un tourbillon isolé, constitué d'une anomalie de PV négative entre deux anomalies positives de PV sur la verticale, initialisé dans les couches du milieu. La structure évolue vers un multipôle, souvent dominé par un dipôle incliné selon la verticale, et l'interaction entre les structures des différentes couches influence la trajectoire du tourbillon. Son déplacement a lieu en moyenne vers le sud-ouest (en accord avec l'effet  $\beta$  sur une structure anticyclonique) mais les détails de la trajectoire du tourbillon sont très sensibles à sa structure verticale initiale : elle présente des boucles, des changements de direction soudains et des points de stagnation. En outre, le tourbillon donne parfois lieu à une structure cohérente (modon) se propageant régulièrement vers l'est (évoqué par Mied et Lindemann, 1979; McWilliams et Flierl, 1979). Par ailleurs, Sutyrin et Morel (1997) ont étudié, de façon analytique puis numérique, l'effet de la structure verticale d'un tourbillon constitué de patches de PV constant dans un modèle multicouches quasi-géostrophique, dans le plan  $\beta$ . Ils montrent qu'en plus de l'advection de la vorticité planétaire par la circulation symétrique et de l'effet de la déformation horizontale du tourbillon (effets observés dans un cadre barotrope, chapitre 2), la structure verticale du tourbillon joue un rôle sur sa trajectoire. Dans un modèle à 2.5 couches, un tourbillon initialement constitué d'un tourbillon cyclonique dans chaque couche, ne connaît qu'une très faible inclinaison sur la verticale et les structures restent axisymétriques : sa propagation, vers le nord-ouest, est donc dominée par l'effet  $\beta$ . Par contre, s'il est initialement composé d'un tourbillon cyclonique dans la couche inférieure et d'un tourbillon anticyclonique plus faible dans la couche supérieure, il s'incline selon la verticale et les deux tourbillons se déforment, devenant elliptiques. La trajectoire du tourbillon est orientée vers le nord-ouest, mais la circulation secondaire induite par l'inclinaison verticale du tourbillon oriente davantage son déplacement vers le nord, par rapport au cas où l'inclinaison est quasi-nulle. Notons que l'inclinaison, qui ne cesse de s'accroître, traduit une séparation des tourbillons cyclonique et anticyclonique : on peut rapprocher cette étude de celle de Wang et Li (1992) et Wang et Holland (1996), qui ont observé des nuances dans le déplacement du cyclone des couches inférieures et de l'anticyclone des couches supérieures, menant à une perte de cohérence de la structure perturbée dans le cas purement barocline de Wang et Li (1992), ou à un certain maintien de cette cohérence dans le cas d'une structure moins barocline (Wang et Holland, 1996). La baroclinicité relativement forte du tourbillon de Sutyrin et Morel (1997) pourrait ainsi expliquer l'accentuation de l'inclinaison de la structure avec le temps.

### 3.1.2.2 Effet du cisaillement vertical de l'environnement sur la trajectoire des tourbillons (effet $\beta$ barocline)

Vandermeirsch et al. (2001) ont étudié l'effet de la présence d'un environnement cisailé verticalement sur la trajectoire d'une structure tourbillonnaire, notamment en menant des simulations numériques dans un modèle à 10 couches quasi-géostrophique dans le plan  $\beta$  (le tourbillon initial étant défini comme dans l'étude de Morel et McWilliams, 1997). Ils mettent en évidence deux types d'effets. Le premier est l'effet

advection direct de l'écoulement cisailé sur le tourbillon : les structures tourbillonnaires des différentes couches sont advectées différemment et leur interaction mutuelle induit un déplacement méridien du tourbillon (voir le mécanisme proposé par Wu et Emanuel, 1993, dans le contexte des cyclones tropicaux). A ce premier effet se superpose un second effet, lié au fait que l'écoulement cisailé verticalement est associé à un gradient de PV qui se traduit par une modification des  $\beta$ -gyres, et donc de la trajectoire du tourbillon (Morel, 1995). Vandermeirsch et al. (2001) montrent que ce second effet (« effet  $\beta$  barocline ») tend à compenser l'effet advectif de l'écoulement cisailé. Autrement dit, les  $\beta$ -gyres associées au gradient de PV de l'écoulement cisailé compensent les effets de l'advection dus à la composante barocline de l'écoulement : ainsi, le tourbillon est principalement advecté par les  $\beta$ -gyres planétaires (et par la composante barotrope de l'écoulement grande échelle s'il y en a une).

### 3.1.2.3 Traversée d'un jet par un tourbillon

Vandermeirsch et al. (2003b) ont par ailleurs poursuivi, dans un modèle quasi-géostrophique à 2.5 couches, l'étude de Vandermeirsch et al. (2003a) sur la traversée d'un courant-jet par un tourbillon. Le tourbillon est un patch de PV uniforme et négative, et il est placé au nord du jet, dans la couche inférieure. Le jet est d'abord confiné dans la couche supérieure, avec une discontinuité de PV (positive au nord et négative au sud de l'axe) dans la couche supérieure et une PV nulle dans la couche inférieure (l'effet  $\beta$  est négligé), le jet étant stable barocliniquement. Les résultats sont alors similaires à ceux obtenus avec le modèle à 1.5 couches : les tourbillons faibles se propagent le long du jet sans le traverser tandis que les tourbillons plus forts peuvent traverser le jet en formant un dipôle barocline (heton) avec un méandre cyclonique du jet de la couche supérieure. Dans un second temps, ils examinent le cas d'un jet instable barocliniquement, défini par deux sauts de PV de signes opposés dans chacune des deux couches. Si le taux d'instabilité est assez faible ou si le jet est stabilisé (via un forçage), l'instabilité barocline affecte peu l'interaction entre le tourbillon et le jet et on retrouve alors les mêmes comportements que dans le cas du jet stable. Par contre, la trajectoire des tourbillons devient imprévisible si le jet est trop instable. Par ailleurs, ajouter  $\beta$  oriente la trajectoire des anticyclones vers le sud-ouest après la traversée, en accord avec l'effet  $\beta$  barotrope.

### 3.1.3 Contexte des moyennes latitudes

Dans le domaine des moyennes latitudes, on a maintes fois observé que les structures dépressionnaires (resp. anticycloniques) de surface assez fortes se déplaçaient dans la direction transverse au courant-jet, vers le pôle (resp. l'équateur) (Wallace et al., 1988; Hoskins et Hodges, 2002). Ce déplacement méridien des dépressions et anticyclones de surface a aussi été observé dans un cadre numérique, notamment par Simmons et Hoskins (1978) qui ont mené des simulations idéalisées sur la sphère, avec un modèle aux équations primitives. Cependant, peu d'auteurs semblent avoir approfondi la question de ce déplacement méridien.



Wallace et al. (1988) (voir aussi la note de Alpert, 1989, associée) ont donné un argument basé sur des considérations linéaires. Ils ont mené une analyse statistique à partir des données du champ de géopotentiel sur l'hémisphère nord pendant les hivers entre 1964 et 1984. Ils montrent que si l'on considère les anomalies haute fréquence (période de fluctuations inférieure à 6 jours) du géopotentiel à 1000 mb, on n'observe pas de différence majeure entre les trajectoires des anomalies positives et celles des anomalies négatives. Par contre, si l'on superpose à ces anomalies le champ du géopotentiel basse fréquence (autrement dit la moyenne climatologique du champ) à 1000 mb, alors on observe un déplacement des minima de géopotentiel vers le nord et des maxima vers le sud (figure 3.2). Ces déplacements résultent en fait de la présence d'un minimum permanent du géopotentiel aux moyennes latitudes (branche ascendante de la cellule de Ferrel) et d'un maximum permanent du géopotentiel aux latitudes subtropicales (branche subsidente de la cellule de Hadley ; on parle des anticyclones subtropicaux, dont l'anticyclone des Açores fait d'ailleurs partie). La superposition d'une anomalie (négative du géopotentiel) haute fréquence et d'une structure basse fréquence plus au nord donnera forcément une structure plus au nord que l'anomalie haute fréquence initiale, d'où son déplacement apparent vers le nord. La prise en compte du champ de géopotentiel basse fréquence produit donc l'effet d'une déviation de la trajectoire des dépressions (resp. anticyclones) vers le nord (reps. l'équateur). Dit autrement, c'est le fort gradient méridien du géopotentiel basse fréquence à 1000 mb qui est à l'origine du déplacement des minima du géopotentiel vers le nord, et des maxima vers le sud. Wallace et al. (1988) interprètent d'ailleurs d'une manière analogue le déplacement des structures cycloniques (resp. anticycloniques) de surface vers le pôle (resp. l'équateur) dans les simulations de Simmons et Hoskins (1978). Ainsi, la moyenne climatique de l'écoulement biaise en quelque sorte la trajectoire des dépressions (resp. anticyclones) de surface quand elles sont détectées comme les minima (resp. maxima) de champs comme le géopotentiel ou la pression au niveau de la mer.

Cependant, on peut opposer plusieurs arguments à celui de Wallace et al. (1988) (voir la conclusion de Rivière et al., 2012). Tout d'abord, Wallace et al. (1988) n'observent certes pas de différence notable entre les trajectoires des anomalies haute fréquence du géopotentiel à 1000 mb positives et négatives, mais les anomalies négatives (c'est-à-dire les dépressions) ont tout de même tendance à se déplacer vers le pôle, comme on peut le voir sur leur figure 20b, ce qu'ils n'expliquent pas. De plus, si l'on s'en tient à leur argument, la traversée du courant-jet par les dépressions de surface résulterait d'effets purement linéaires (superposition d'une anomalie haute fréquence et d'une structure basse fréquence). Or, ceci contredit le résultat de Rivière (2008) qui a souligné, dans un cadre numérique barotrope, le rôle clé des non-linéarités dans la traversée du courant-jet par les perturbations d'échelle synoptique. Enfin, le déplacement des dépressions de surface vers le nord a été observé dans des études où l'argument de Wallace et al. (1988) ne s'applique pas. On peut citer par exemple l'étude de Hoskins et Hodges (2002), où les dépressions de surface sont détectées comme les maxima de vorticité relative à 850 hPa : d'une part la vorticité relative a principalement des composantes haute fréquence, d'autre part sa partie basse fréquence n'est pas associée à de forts gradients méridiens comme c'est le cas pour le géopotentiel basse fréquence.

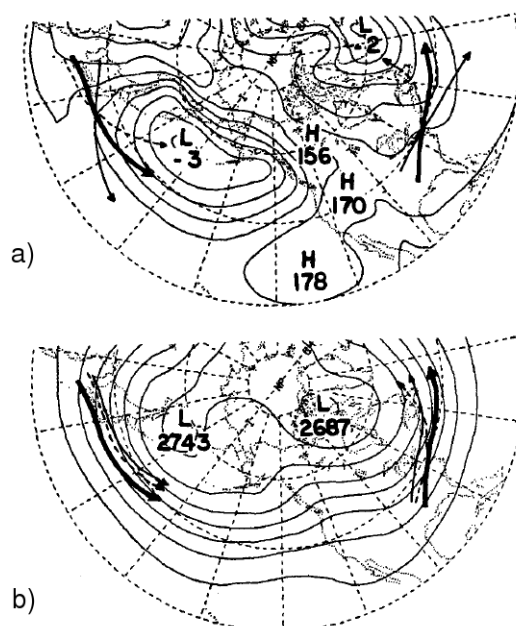


FIGURE 3.2 – Trajectoire moyenne des cyclones (flèche en pointillés) et des anticyclones (flèche fine pleine) calculées à partir (a) des minima et maxima du champ de géopotentiel haute fréquence à 1000 mb et (b) des minima et maxima du champ de géopotentiel total à 1000 mb. Les contours fins représentent la moyenne climatologique du géopotentiel à 1000 mb sur (a) et à 700 mb sur (b). Les flèches épaisses représentent la trajectoire moyenne des extremas du champ de géopotentiel haute fréquence à 1000 mb. Résultats obtenus à partir de cartes de corrélations, pour les 20 hivers entre 1964 et 1984. D'après Wallace et al. (1988).

Certains synopticiens justifient la traversée du courant-jet par les dépressions de surface des moyennes latitudes par une analogie avec un jet streak : ils font le parallèle entre la sortie gauche du courant-jet grande échelle et celle d'un jet streak, propice à la cyclogénèse (Uccellini, 1990), ce qui expliquerait le creusement des dépressions de surface dans une telle région, et donc leur déplacement vers cette région. Cette idée est insinuée dans plusieurs études de cas réels (Ulbricht et al., 2001; Wernli et al., 2002). Cependant, ce type d'argument a notamment été remis en cause par Rivière et Joly (2006a), comme on l'a évoqué dans le chapitre 1; nous y reviendrons à la fin de ce chapitre.

L'étude de Gilet et al. (2009) propose une interprétation dynamique du déplacement des anomalies cycloniques (haute fréquence) de surface à travers l'écoulement climatologique moyen des moyennes latitudes. Ils travaillent avec un modèle à deux couches quasi-géostrophique et étudient l'évolution d'une perturbation cyclonique (qu'on désignera par cyclone de surface) initialisée dans la couche inférieure au sein d'un écoulement de base zonal. Ils ont d'abord montré que dans le cas d'un écoulement cisailé méridionalement (avec un taux de cisaillement différent dans chaque couche), le cyclone de surface reste à la même latitude dans le plan  $f$ . Le gradient méridien de PV est alors de même amplitude mais de signe opposé dans chaque couche (positif en haut et négatif en bas), autrement dit le gradient de PV barotrope est nul dans ce cas. Par contre, dans le plan  $\beta$  (le gradient méridien de PV barotrope est alors positif et vaut  $\beta$ ), le

cyclone de surface se déplace systématiquement vers le nord-ouest. Ainsi, l'interaction avec la couche supérieure a pour conséquence que le cyclone de surface ressent l'orientation du gradient de PV moyenné sur la verticale (autrement dit barotrope), plutôt que le gradient de PV local. Le rôle du gradient de PV barotrope a été vérifié dans le cas de la tempête réelle Xynthia par Rivière et al. (2012). Gilet et al. (2009) ont également étudié la traversée d'un courant-jet zonal confiné méridionalement par un cyclone de surface. Le gradient de PV moyenné sur la verticale est alors non nul à cause de  $\beta$  et du gradient de vorticité relative lié au confinement du jet d'ouest ( $-\frac{d^2\bar{u}}{dy^2}$  positif dans chaque couche). Ils ont montré que ce sont les non-linéarités, combinées à un gradient de PV grande échelle moyenné sur la verticale positif, qui permettent la traversée du courant-jet zonal par un cyclone de surface. Le résultat de Gilet et al. (2009) rejoint celui de Vandermeirsch et al. (2001), qui ont montré qu'en présence d'un environnement cisailé verticalement, le tourbillon est finalement principalement advecté par les  $\beta$ -gyres planétaires, qui résultent bien du gradient de PV barotrope (qui vaut  $\beta$  dans leur étude). On peut aussi faire le lien avec l'étude de Vandermeirsch et al. (2003b), dans laquelle le gradient de PV moyenné sur la verticale est positif et où ils observent une traversée des tourbillons à condition qu'ils soient assez forts (lorsque le tourbillon est trop faible, les non-linéarités sont faibles aussi et ne permettent pas la traversée).

Enfin, la déformation horizontale de l'écoulement grande échelle influe également sur le déplacement des perturbations synoptiques des moyennes latitudes à travers le courant-jet. Cela a été observé dans les cas réels de la POI17 et des tempêtes de fin Décembre 1999 par Rivière et Joly (2006a,b), et prouvé dans un cadre numérique barotrope par Rivière (2008) et Oruba et al. (2012) (voir chapitre 2).

On cherche ici à approfondir les effets du champ de déformation horizontale et du gradient de PV grande échelle sur la trajectoire des perturbations synoptiques, dans le cadre idéalisé d'un modèle à deux couches quasi-géostrophique. L'étude de Gilet et al. (2009) étant menée dans un environnement de champ de déformation très simplifié par rapport aux écoulements réels (courant-jet zonal à comparer avec l'écoulement basse fréquence de la figure 1.14), il semble nécessaire de complexifier l'écoulement de base. On choisit donc de travailler avec un courant-jet avec méandres, comme celui de notre étude menée dans un cadre barotrope (chapitre 2), mais avec un profil vertical le rendant instable barocliniquement. L'étude de la traversée de ce courant-jet par les perturbations cycloniques de surface est l'objet de la section 3.2.

## 3.2 Etude numérique de la traversée d'un courant-jet instable barocliniquement par les perturbations cycloniques de surface

### 3.2.1 Introduction à l'article

On étudie les effets combinés de la déformation de l'écoulement grande échelle et des non-linéarités sur le  $\beta$ -drift des dépressions de surface des moyennes latitudes, en utilisant un modèle à deux couches quasi-géostrophique (modèle de Phillips (1951)). L'écoulement du modèle est séparé en un écoulement de base instable barocliniquement, maintenu artificiellement stationnaire, et une perturbation. On s'affranchit d'abord des effets de la déformation en choisissant l'écoulement de base uniforme, zonal et de sens opposé dans chaque couche. On place une perturbation cyclonique dans chaque couche et on étudie l'évolution linéaire puis non linéaire de l'écoulement perturbé, dans le plan  $f$  puis le plan  $\beta$ . Dans un second temps, l'écoulement de base est un courant-jet avec méandres : les effets de déformation se superposent donc au  $\beta$ -drift non linéaire combiné à l'interaction barocline. On compare l'évolution dans le plan  $\beta$  de deux perturbations cycloniques (chacune étant constituée d'un tourbillon cyclonique dans la couche inférieure et d'un autre en amont dans la couche supérieure) initialisées au sud du courant-jet dans une région de déformation effective grande échelle positive pour l'une et négative pour l'autre. Puis on généralise cette approche en menant une étude statistique à partir de perturbations cycloniques initialisées à différentes positions au sud du courant-jet.

### 3.2.2 Article II : *On the Northward Motion of Midlatitude Cyclones in a Baroclinic Meandering Jet*

L'étude du déplacement vers le nord des dépressions de surface dans un courant-jet barocline fait l'objet d'un article en cours de finalisation et qui sera soumis au *Journal of Atmospheric Sciences*. Cette étude est donc présentée en anglais.

#### 3.2.2.1 The numerical framework

##### 3.2.2.1.a The baroclinic model

The Phillips (1951) quasigeostrophic baroclinic two-layer model is used. The horizontal domain is a two-dimensional biperiodic plane  $(x, y)$ , in the Northern Hemisphere, oriented by the basis  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$  such as  $\mathbf{i}$  points to the east and  $\mathbf{j}$  to the north. The model is pseudo-spectral, computed on a regular grid and the temporal scheme is a leapfrog one. The spatial and temporal resolutions of the numerical model are equal to  $\Delta x = \Delta y = 62.5$  km and  $\Delta T = 112$  s. The size of the domain is  $L_x = 16000$  km,  $L_y = 8000$  km. This baroclinic model consists in the advection of potential vorticity  $q$  in the two layers :

$$q_u = \nabla^2 \psi_u + f_0 + \beta y - \lambda^{-2} (\psi_u - \psi_l) , \quad (3.1)$$

$$q_l = \nabla^2 \psi_l + f_0 + \beta y + \lambda^{-2} (\psi_u - \psi_l) , \quad (3.2)$$

$$\text{and } \frac{\partial q_k}{\partial t} + \mathbf{u}_k \cdot \nabla q_k = F , \quad (3.3)$$

where  $k \in \{u, l\}$  denotes the upper or the lower layer,  $\mathbf{u}_k = (u_k, v_k)$  is the geostrophic wind,  $\psi_k$  is the stream-function in the  $k$  layer,  $f = f_0 + \beta y$  is the Coriolis parameter whose latitudinal variation depends on  $\beta$ . The parameter  $\lambda$  is the Rossby radius of deformation, chosen to be equal to  $4.5 \times 10^5$  m with  $\lambda = \frac{N h}{f}$ , where  $N$  is the Brunt-Väisälä frequency and  $h$  is the half height of the troposphere.

The flow is separated into a large-scale background flow, denoted with bars and maintained stationary (through the forcing term  $F$  in Eq. (3.3) equal to  $\bar{\mathbf{u}}_k \cdot \nabla \bar{q}_k$ ), and a perturbation denoted with primes such that :

$$q(x, y, t) = \bar{q}(x, y) + q'(x, y, t) . \quad (3.4)$$

Following equation (3.3) the evolution of the perturbation PV can be expressed as :

$$\partial_t q'_k + \bar{\mathbf{u}}_k \cdot \nabla q'_k + \mathbf{u}'_k \cdot \nabla \bar{q}_k + \mathbf{u}'_k \cdot \nabla q'_k = 0. \quad (3.5)$$

### 3.2.2.1.b The initial perturbations

The model is initialized with cyclonic perturbations in both the lower and upper layers, so that the lower disturbance is upstream of the upper disturbance to get a favorable configuration for baroclinic interaction. The initial perturbations are defined in terms of relative vorticity as follows :

$$\zeta'_k = A_k \exp \left[ -\frac{(x - x_0 - \delta_{k=u} \cdot x_d)^2 + (y - y_0 - \delta_{k=u} \cdot y_d)^2}{r'^2} \right] , \quad (3.6)$$

where  $A_k$  is the vorticity maximum,  $(x_0 + \delta_{k=u} \cdot x_d, y_0 + \delta_{k=u} \cdot y_d)$  is the coordinate of the perturbation center ( $\delta$  is the Kronecker symbol), and  $r$  is its characteristic radius (common to both the upper and lower anomaly). The parameters chosen for the cyclones are such that  $\max(\zeta') = A_k = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  and  $\max(v') = 22 \text{ m.s}^{-1}$ , which leads to  $r' = 463 \text{ km}$ . The lower-layer perturbation, whose maximum is located at  $(x_0, y_0)$ , is first defined. The method to locate the upper-layer perturbation, that is to say to evaluate  $(x_d, y_d)$  is the following one. The distance between the upper and lower-layer cyclones should correspond to the quadrature phase of the pressure components, which should induce strong initial baroclinic interaction, that is to say a maximum of advection of the upper (resp. lower) -layer PV by the lower (resp. upper)-layer PV structures (Davies et Bishop, 1994). Furthermore, the two disturbances should form an axis that is parallel to the background isotherms to optimally extract energy to the background flow (Rivière et Joly, 2006b). This is the reason why the maximum of  $\zeta'_u$  is chosen to be upstream of the maximum of  $\zeta'_l$ , along the local basic-state streamlines (approximated by the local tangent), at a distance corresponding to those between the maxima of  $\zeta'_l$  and  $v'_l$ .

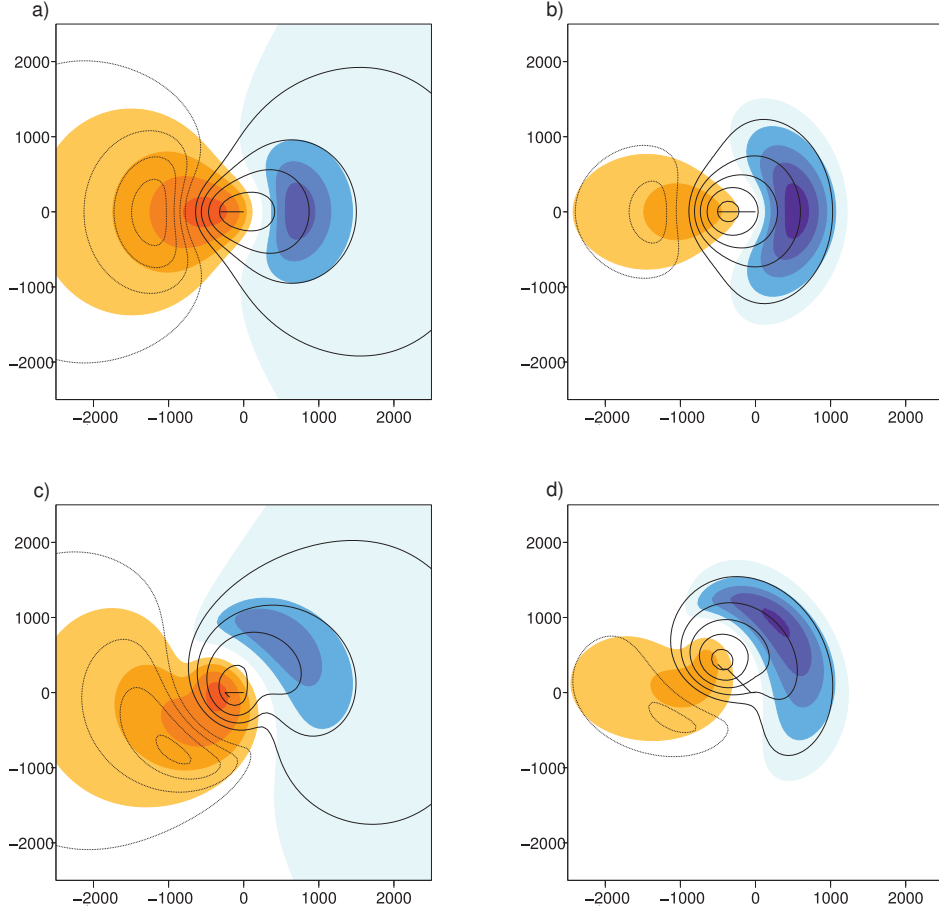


FIGURE 3.3 – Potential vorticity fields at  $t = 15$  h, for disturbances initially located in the center of the domain, in a baroclinically unstable zonal background flow, for (a) : linear simulation with  $\beta = 0$ , (b) : linear simulation with  $\beta = 4.8 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ , (c) : nonlinear simulation with  $\beta = 0$ , (d) : nonlinear simulation with  $\beta = 4.8 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ . Black contours indicate the perturbation potential vorticity field in the lower layer. Positive values are represented by solid contours between : (c),(d)  $4 \times 10^{-5}$  and  $28 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $\text{s}^{-1}$ . Negative values are represented by dashed contours between (c),(d)  $-28 \times 10^{-5}$  and  $-4 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $\text{s}^{-1}$ . Colour shadings indicate the perturbation potential vorticity field in the upper layer. Positive values are represented in red, between (c),(d)  $4 \times 10^{-5}$  and  $28 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $\text{s}^{-1}$ . Negative values are represented in blue, between (c),(d)  $-28 \times 10^{-5}$  and  $-4 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $\text{s}^{-1}$ . Thick line : trajectory of the lower-layer cyclone (defined as the successive positions of the maximum of perturbation relative vorticity in the lower layer).

### 3.2.2.2 Horizontally uniform zonal flow

Before examining the evolution of cyclones in a jet stream, we begin to study the case of a constant vertical shear, so as to spatially characterize dispersion of energy by Rossby wave radiation. In the present section, the background flow is chosen as a horizontally uniform zonal flow defined by  $\bar{u}_u = 12.5 \text{ m s}^{-1}$  and  $\bar{u}_l = -12.5 \text{ m s}^{-1}$ . The initial lower and upper-layer cyclones are located at  $(x_0 = 0, y_0 = 0)$  (km) and at  $(-500, 0)$  km respectively. Linear and nonlinear simulations are performed, where the variation of the Coriolis parameter  $\beta$  is either zero or equal to  $= 4.8 \times 10^{-11}$

$\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$ . Due to the existence of PV gradients in each layer  $\partial_y \bar{q}_u = \beta + \lambda^{-2}(\bar{u}_u - \bar{u}_l)$  and  $\partial_y \bar{q}_l = \beta - \lambda^{-2}(\bar{u}_u - \bar{u}_l)$ , Rossby waves will be emitted in each layer by the two cyclones. As explained in Gilet et al. (2009), we expect a northward motion of the lower-layer cyclone only in the non linear simulation when the barotropic PV gradient (here equal to  $\partial_y(\bar{q}_u + \bar{q}_l)/2 = \beta$ ) is not zero. We will therefore test this hypothesis here and show how it traduces in the spatial evolution of the perturbation flow. The value of  $\beta$  chosen here is three times the common value, to reproduce the relative vorticity gradient in the presence of a meridionally confined jet as in the next section. The potential vorticity fields at  $t = 15$  h for the four simulations are shown in Fig.3.3.

In the linear simulation with no barotropic potential vorticity gradient ( $\beta = 0$ ) (Fig. 3.3a) an anticyclone develops to the west (resp. east) of the lower-(resp. upper-) layer cyclone. This is due to the meridional advection of the basic-state PV by the initial cyclones. In the upper layer, the basic-state potential vorticity gradient points northward ( $\partial_y \bar{q}_u = \lambda^{-2}(\bar{u}_u - \bar{u}_l) > 0$ ). This leads to a negative PV tendency to the east of the upper-layer cyclone (as meridional velocity points northward) and the development of the upper-layer anticyclone. On the contrary, the lower-layer basic-state PV gradient points southward ( $\partial_y \bar{q}_l = -\lambda^{-2}(\bar{u}_u - \bar{u}_l) < 0$ ), which leads to the development of the lower-layer anticyclone to the west of the lower-layer cyclone (as meridional velocity points southward). As the upper and lower-layer potential vorticity gradients are equal in absolute value, the upper and lower-layer anticyclones have the same amplitude. This scenario is typical of dispersion of energy by Rossby wave radiation, and would lead to the development of cyclonic and anticyclonic PV farther in the zonal direction (but with a much smaller amplitude).

Adding  $\beta$  (Fig. 3.3b) leads to a more positive  $\partial_y \bar{q}_u = \beta + \lambda^{-2}(\bar{u}_u - \bar{u}_l)$ . As there is more energy dispersion, the upper-layer anticyclone is therefore stronger and the upper-layer cyclone is weaker than that in the  $\beta = 0$  case. On the other hand, the case  $\beta \neq 0$  gives a less negative  $\partial_y \bar{q}_l = \beta - \lambda^{-2}(\bar{u}_u - \bar{u}_l)$  leading to a weaker lower-layer anticyclone to the west of the lower-layer cyclone than in the  $\beta = 0$  case. We conclude here that the barotropic PV gradient is responsible for an asymmetry in the process of dispersion of energy by Rossby wave radiation which is stronger in the upper layer than in the lower-layer. It leads to a quite strong anticyclone in the upper-level to the east of the cyclone by comparison with the lower-layer anticyclone to the west of the lower-layer cyclone.

In the non-linear simulation with  $\beta = 0$  (Fig. 3.3c), the upper and lower-layer anticyclones have the same amplitude, as the upper and lower-layer potential vorticity gradients are equal in absolute value. They are weaker than cyclones and they are stretched by the latest and tend to turn around them similarly. Adding  $\beta$  leads to a stronger upper-layer anticyclone and to a weaker lower-layer anticyclone than in the  $\beta = 0$  case. They tend both to turn around cyclones but the upper-layer anticyclone, whose amplitude is similar to that of the cyclones, turns less than the lower-layer anticyclone because it is weaker. Indeed, a weak anticyclone (compared to the cyclone) is more subject to the stretching by the cyclone than when it has a comparable magnitude to the cyclone. In one case, the anticyclone behaves as a small perturbation whereas in the other, it behaves as a coherent structure. When the upper-layer anticyclone is sufficiently strong, it forms a vortex dipole with the upper-layer cyclone, which leads to

$f_0$	$10^{-4} \text{ s}^{-1}$
$\beta$	$1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$\lambda$	$4.5 \times 10^5 \text{ m}$
$u_0^u$	$50 \text{ m.s}^{-1}$
$u_0^l$	$25 \text{ m.s}^{-1}$
$K$	$\frac{4\pi}{L_x} \simeq 8 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$
$\epsilon$	$\frac{L_y}{4\pi} \simeq 640 \text{ km}$
$\alpha$	$\frac{2\pi}{L_y} \simeq 8 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$

TABLE 3.1 – Model parameters

a poleward drift of the lower-layer cyclone. The lower-cyclone in the case  $\beta = 4.8 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$  (Fig. 3.3d) has indeed a rapid poleward motion reaching the latitude  $y = 900 \text{ km}$  at  $t = 27 \text{ h}$  whereas it did not move meridionally in linear cases (Fig. 3.3a,b) or the  $\beta = 0$  case (Fig. 3.3c).

In conclusion, the barotropic PV gradient is responsible for the formation of an upper-layer anticyclone which is stronger than the lower-layer anticyclone by a more efficient energy dispersion through Rossby wave radiation in the upper layer than in the lower layer. The vortex dipole formed by the upper-layer cyclone and the upper-level anticyclone is then responsible for the poleward drift of the lower-layer cyclone, through a nonlinear effect. Our scenario gives a physical interpretation of the results of Gilet et al. (2009). The role played by the formation of the upper-layer anticyclone is hereafter investigated in a spatially complex flow.

### 3.2.2.3 Case of a spatially meandering jet

#### 3.2.2.3.a Basic set up

We examine now the more realistic case of a spatially nonuniform jet that is meandering and whose streamfunction is defined by

$$\overline{\psi_k} = -\frac{u_0^k \sqrt{\pi}}{2\alpha} \text{erf} \{ \alpha [y - \epsilon \sin(Kx - \pi/4)] \}, \quad (3.7)$$

where  $\text{erf} \{l\} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^l \exp(-t^2) dt$ . The horizontal geostrophic wind field can be written as

$$\begin{cases} \overline{u_k} = u_0^k \exp \{ -(\alpha [y - \epsilon \sin(Kx - \pi/4)])^2 \}, \\ \overline{v_k} = u_0^k \epsilon K \cos(Kx - \pi/4) \exp \{ -(\alpha [y - \epsilon \sin(Kx - \pi/4)])^2 \}. \end{cases} \quad (3.8)$$

The jet maximum (or jet core) is defined as the maximum zonal wind speed whose isoline satisfies  $y = \epsilon \sin(Kx - \pi/4)$ . The different parameters of the jet are defined in Table 3.1.

Fig. 3.4a shows the background zonal wind profile as a function of latitude defined in Eq. (3.8) for  $x = 1000 \text{ km}$ . The zonal wind is twice as large in the upper layer as in the lower layer. Fig. 3.5a shows the streamlines of the lower-layer meandering jet for



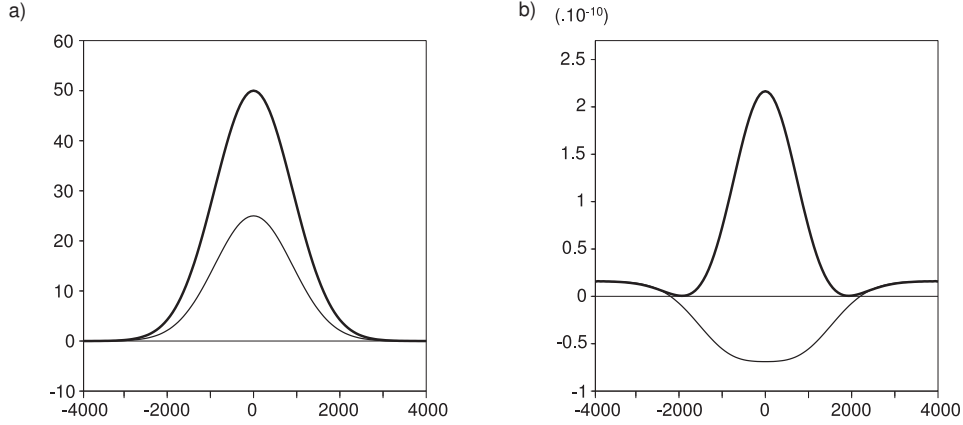


FIGURE 3.4 – (a) Zonal speed (in  $\text{m s}^{-1}$ ) associated to the basic state (for  $x = 1000$  km) as a function of latitude ( $y$ , in km). (b) Meridional gradient of PV (in  $\text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ) of the basic state as a function of latitude. Thick : upper layer, thin : lower layer.

the meanders parameters  $2\pi K^{-1} = 8000$  km on  $x$  axis and  $2\epsilon = 1280$  km on  $y$  axis. Fig. 3.4b shows the meridional gradient of the background PV as a function of latitude. It is not spatially uniform, but points mainly northward in the upper layer, with a maximum value equal to  $2 \times 10^{-10} \text{ m}^{-1} \text{s}^{-1}$  and it points mainly southward in the lower layer (except on the meridional edge of the domain), with a minimum value equal to  $-0.7 \times 10^{-10} \text{ m}^{-1} \text{s}^{-1}$ . This configuration with opposite PV gradients in the two layers is favorable to baroclinic instability. However, the vertically averaged PV gradient is strongly positive because of  $\beta$  and the relative vorticity gradient in the presence of a meridionally confined jet. This quantity is the key parameter explaining the poleward motion of the surface cyclones, as recalled in the previous section. Such a flow is chosen because the PV-isolines and the streamlines are almost parallel (see figure 3.5d). From (Eq. 3.5) it can be deduced that a cyclone in the linear case will move along the basic-state streamlines. This would not be the case if the streamlines were not parallel to the PV-isolines as the maximum of PV would also develop along the PV-isolines in addition to be advected by the flow (along the streamlines). So there is no linear effect allowing the cyclone to move across the basic-state streamlines in the present case.

The horizontal deformation tensor associated with the basic-state velocity field  $\bar{\mathbf{u}}_1 = (\bar{u}_l(x, y), \bar{v}_l(x, y))$  can be described by its deformation magnitude  $\bar{D}$  :

$$\bar{D} = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{v}_l}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_l}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}_l}{\partial y}\right)^2}, \quad (3.9)$$

where  $\bar{\sigma}_s = \frac{\partial \bar{v}_l}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial y}$  is shearing and  $\bar{\sigma}_n = \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}_l}{\partial y}$  is stretching. Its relative vorticity  $\bar{\zeta}$  is :

$$\bar{\zeta} = \frac{\partial \bar{v}_l}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial y}. \quad (3.10)$$

The quantity  $\bar{D}$  characterizes the straining effects that tend to elongate any perturbation. On the contrary,  $\bar{\zeta}$  represents the rotation effect that makes rotate around itself

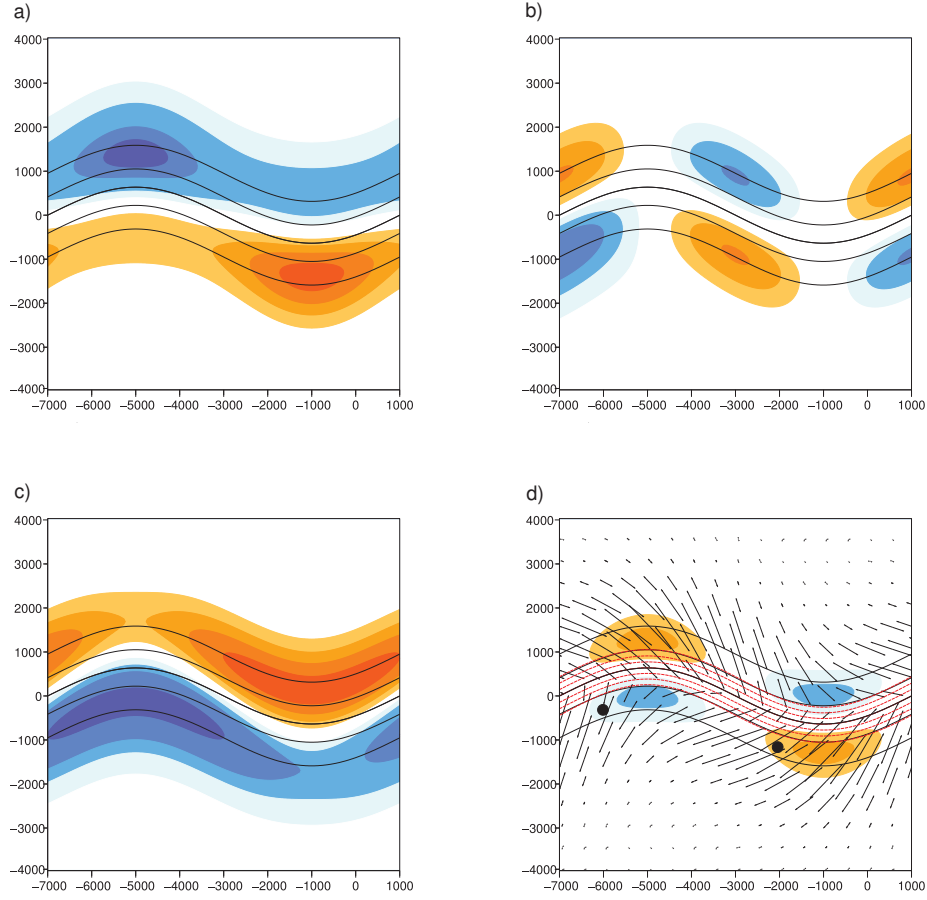


FIGURE 3.5 – (a) shearing  $\bar{\sigma}_s$ , (b) stretching  $\bar{\sigma}_n$ , (c) relative vorticity  $\bar{\zeta}$  fields of the lower-layer basic state. Color shadings correspond to values between  $-3.5 \times 10^{-5}$  and  $-0.5 \times 10^{-5}$  (in blue) and between  $0.5 \times 10^{-5}$  and  $3.5 \times 10^{-5}$  (in red), every  $0.5 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . (d) : effective deformation  $\Delta$  field, between  $-1.2 \times 10^{-9}$  and  $1.2 \times 10^{-9}$ , in  $s^{-2}$ . Arrows : dilatation axis. Black contours : streamlines in the lower layer, between  $-3 \times 10^7$  and  $3 \times 10^7$  every  $1 \times 10^7$ , in  $m^2 s^{-1}$  (thick line : jet center). Red dashed contour : iso- $\bar{q}_l$  lines, between  $-30 \times 10^{-6}$  and  $40 \times 10^{-6}$  every  $10 \times 10^{-6}$ , in  $s^{-1}$ . Black patches : initial locations of the two lower-layer cyclones studied in section 2.

any perturbation. Perturbations do not necessarily elongate in regions of stronger  $\bar{D}$  but in regions where the following quantity is positive (Rivière et al., 2003b) :

$$\Delta = \bar{D}^2 - \bar{\zeta}^2. \quad (3.11)$$

When  $\Delta > 0$ , the straining effects dominate the rotation and the perturbation will be stretched. When  $\Delta < 0$ , the rotation effect dominates and the perturbation will not be elongated very much. This criterion was applied in real cases by Rivière et Joly (2006a) who called it effective deformation. The  $\Delta$  quantity is in fact the Okubo-Weiss criterion (Okubo, 1970; Weiss, 1981) applied to the basic state (or to the low-frequency flow in real cases). We note that Lapeyre et al. (1999) have proposed a modified version of the Okubo-Weiss criterion to take into account its non-Galilean invariance (and the rotation of the strain axis). In the case of slightly meandering jet, the Okubo-Weiss

criterion is adequate while it is less adequate for flows with strong curvature (Lapeyre et al., 1999; Rivière et al., 2003b,a).

Fig. 3.5 shows the different components of the deformation tensor in the lower-layer basic state. Fig. 3.5a shows the shearing field  $\bar{\sigma}_s$  which is negative on the northern side of the jet core and positive on the southern side. It is strongly positive on the southern side of the troughs where  $\partial_y \bar{u}_l > 0$  and  $\partial_x \bar{v}_l > 0$ . The stretching field  $\bar{\sigma}_n$ , shown in Fig. 3.5b, exhibits positive areas on the northern side of regions between troughs and ridges and on the southern side of regions between ridges and troughs. It is globally weaker than the shearing field and it would be stronger if the flow was more curved (which would increase  $\partial_x \bar{u}_l$ ). The relative vorticity field  $\bar{\zeta}$ , shown in Fig. 3.5c, is positive north of the jet and negative south of the jet (the north, resp. south, side of the jet is also called the cyclonic, resp. anticyclonic, side). It is weak on the southern side of the troughs where  $\partial_y \bar{u}_l > 0$  and  $\partial_x \bar{v}_l > 0$ . Finally, the effective deformation field  $\Delta$  exhibits positive areas on the northern side of the ridges and on the southern side of the troughs (Fig. 3.5d). Its strong value to the south of the troughs is due to the strong positive value of  $\bar{\sigma}_s$  and to the weak one of  $\bar{\zeta}$  in this region. It reaches values on the order of  $4.7 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  in the lower layer and  $1.9 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$  in the upper layer, which is similar to the values found by Rivière et Joly (2006a,b) in real low-frequency flows.

### 3.2.2.3.b Evolution of two cases

#### Description

Figure 3.6 shows the temporal evolution of the perturbation relative vorticity for two simulations initialized with a lower-layer cyclone located at a distance  $d = 750 \text{ km}$  to the south of the jet core, in a region of negative  $\Delta$  in  $(x_0 = -6000 \text{ km}, y_0 = -425 \text{ km})$  where  $\Delta = -2.9 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  and in a region of positive  $\Delta$  in  $(x_0 = -2000 \text{ km}, y_0 = -1325 \text{ km})$  where  $\Delta = 2.8 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$ , both to the west of these regions (Fig. 3.5d, black patches). The axis formed by the upper and lower disturbances is initially parallel to the background streamlines (Figs 3.6a,b) for optimizing baroclinic interaction as explained in 3.2.4.2.

The blackline in Figs. 3.6c,d,e,f is the trajectory of the lower-layer cyclone. It crosses the large-scale jet (that is to say the basic-state streamlines) from its south side to its north side in both cases. We have checked that linear simulations do not exhibit such a behavior and that the crossing of the background isolines is a purely nonlinear effect.

At  $t = 15 \text{ h}$ , the lower-layer cyclone initialized in the area where  $\Delta < 0$  is slightly deformed (Fig. 3.6c) whereas its counterpart initialized in the area where  $\Delta > 0$  has a much more elongated shape and is tilted in a globally southwest/northeast direction (Fig. 3.6d). This elongation direction is more meridionally oriented than that of the local dilatation axis of the background flow which are oriented northeast-southwest in this region (Fig. 3.5d) because of the additional effect of non-linear anticlockwise self-rotation of the cyclone, as described by Gilet et al. (2009) and Oruba et al. (2012). The shape of each cyclone is consistent with the signs of  $\Delta$  in the two regions ( $\Delta > 0$  leads to much more elongated structures than  $\Delta < 0$ ). In the upper layer, the cyclone has a similar evolution to the lower-layer cyclone, showing a quasi barotropic structure and a slight westward tilt with height. In addition, a strong upper-layer anticyclone

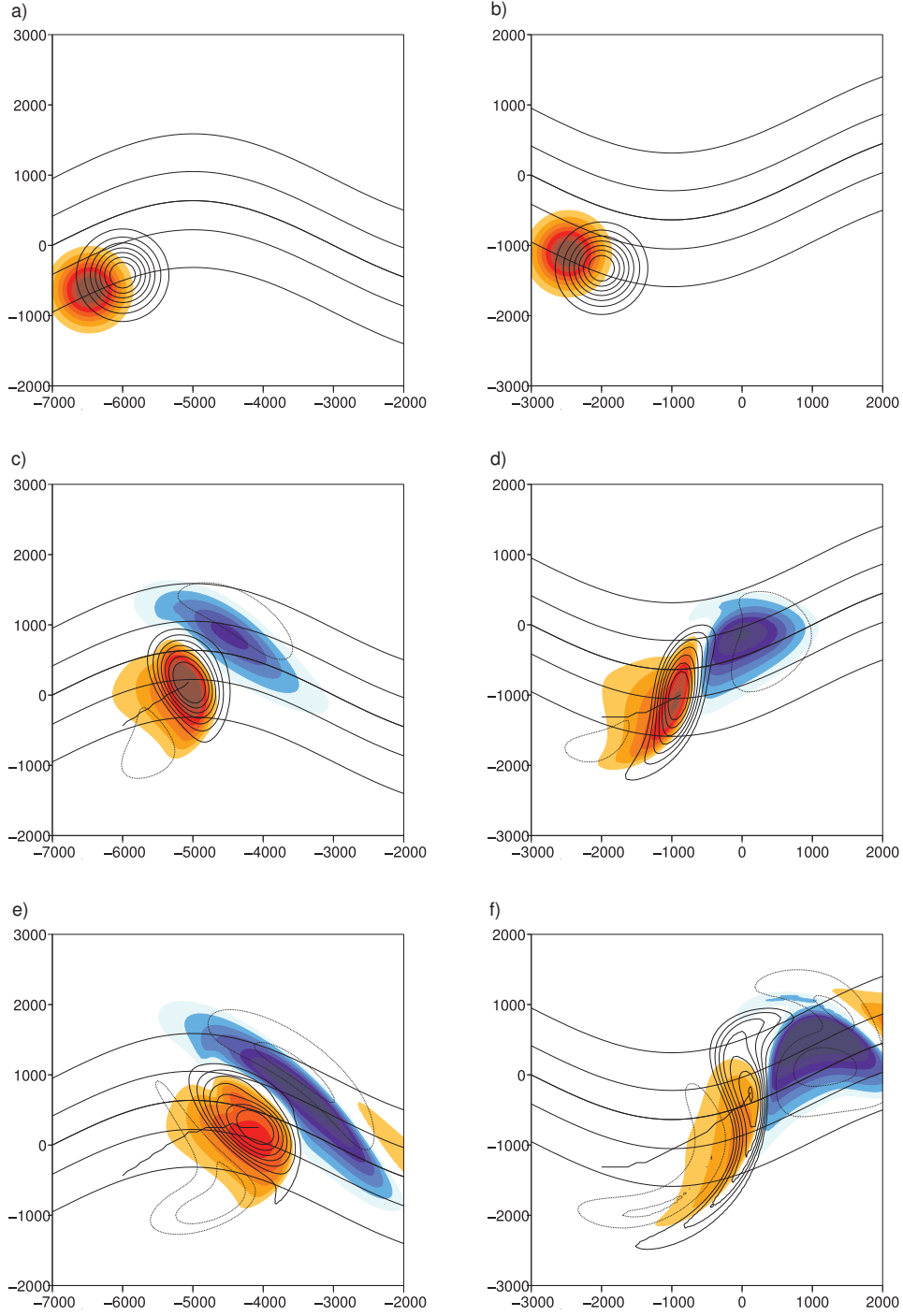


FIGURE 3.6 – Time evolution of disturbances initially located in negative (a,c,e) and positive (b,d,f) effective deformation regions. Black contours indicate the perturbation relative vorticity field in the lower layer at (a),(b)  $t=0$  h; (c),(d)  $t=15$  h; and (e),(f)  $t=27$  h. Positive values are represented by solid contours between  $2 \times 10^{-5}$  and  $12.8 \times 10^{-5}$  every  $1.8 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Negative values are represented by dashed contours between  $-12.8 \times 10^{-5}$  and  $-2 \times 10^{-5}$  every  $1.8 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Colour shadings indicate the perturbation relative vorticity field in the upper layer. Positive values are represented in red, between  $1.8 \times 10^{-5}$  and  $12.8 \times 10^{-5}$  every  $1.8 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Negative values are represented in blue, between  $-12.8 \times 10^{-5}$  and  $-1.8 \times 10^{-5}$  every  $1.8 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Thick line : trajectory of the lower-layer cyclone. Black contours : streamlines in the lower layer, between  $-3 \times 10^7$  and  $3 \times 10^7$  every  $1 \times 10^7$ , in  $m^2 s^{-1}$  (thick line : jet center).

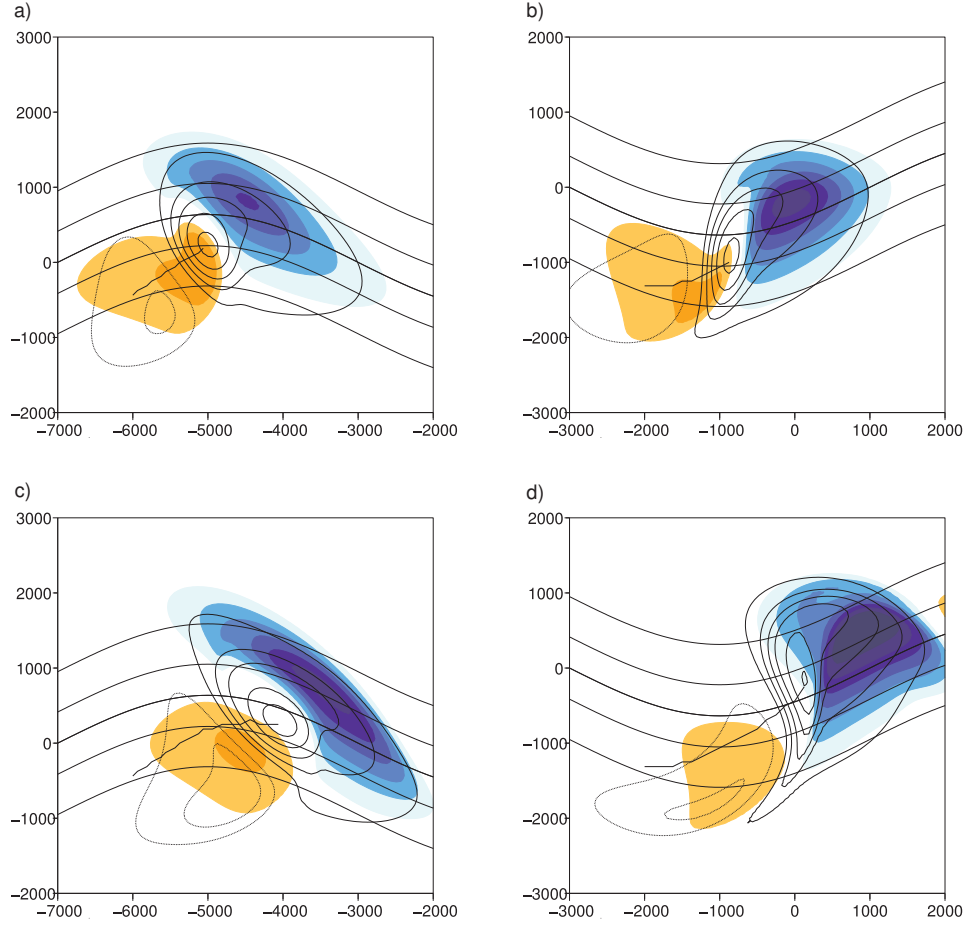


FIGURE 3.7 – Time evolution of disturbances initially located in negative (a,c) and positive (b,d) effective deformation regions. Black contours indicate the perturbation PV field in the lower layer at (a),(b)  $t=15$  h and (c),(d)  $t=27$  h. Positive values are represented by solid contours between  $4 \times 10^{-5}$  and  $28 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Negative values are represented by dashed contours between  $-28 \times 10^{-5}$  and  $-4 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Colour shadings indicate the perturbation PV field in the upper layer. Positive values are represented in red, between  $4 \times 10^{-5}$  and  $28 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Negative values are represented in blue, between  $-28 \times 10^{-5}$  and  $-4 \times 10^{-5}$  every  $4 \times 10^{-5}$ , in  $s^{-1}$ . Thick line : trajectory of the lower-layer cyclone. Black contours : streamlines in the lower layer, between  $-3 \times 10^7$  and  $3 \times 10^7$  every  $1 \times 10^7$ , in  $m^2 s^{-1}$  (thick line : jet center).

developing to the northeast of the cyclones is found in the two cases. At this time, it is stronger in amplitude for the most deformed cyclone than for the less deformed case (compare Fig. 3.6c and Fig. 3.6d). Moreover, it is located to the northeast of the deformed cyclone and it is more coherent than the anticyclone of the other case which tends to sprawl and to curl around the slightly deformed cyclone. In the lower layer, two anticyclones develop to the west and east of the lower-layer cyclone in the two cases. At  $t = 15$  h, both cyclones have moved northeastward : the distance travelled in the zonal direction is 1000 km and both cyclones got closer to the jet center with similar speeds (see the crossing of the streamlines).

At  $t = 27$  h, the lower-layer cyclone initialized in the area where  $\Delta > 0$  is still more elongated than the other cyclone (Figs 3.6e,f). Moreover, it has already crossed the jet

core (its crossing time is at 25.5 h) whereas the other cyclone has not (its crossing time is at 40.5 h). The zonal displacement is the same (about 2000 km). The upper-layer anticyclone is still stronger for the most deformed cyclone than for the other one. It is coherent and remains to the northeast of the deformed cyclone whereas the anticyclone of the second case curls around the slightly deformed cyclone (Figs 3.6e,f).

We conclude from the general evolution of the two cyclones that the most deformed lower-layer cyclone has a stronger upper-layer anticyclone, which remains to the northeast of the cyclone, and it crosses the jet center faster than the slightly deformed one, whose upper-layer anticyclone is weaker and tends to sprawl around it. The zonal speed of both cyclones is almost the same. The case of the deformed cyclone bears several similarities to the nonlinear case with non-zero  $\beta$  discussed in Section 3.2.5. In the two cases, there is a barotropic PV gradient which allows the development of an intense upper-level anticyclone, much stronger than the lower-layer anticyclone, and a northward displacement of the lower-layer cyclone. On the contrary, when the barotropic PV gradient (section 3.2.5) or the deformation is weak, the development of the upper-layer anticyclone is slower (as also discussed in Oruba et al., 2012, in a barotropic context). In those cases, the meridional displacement of the cyclone is smaller. Note that these results do not change if we examine PV maps instead of relative vorticity (Fig. 3.7).

### Interpretation

The time evolution of the maximum of the lower and upper-layer perturbation relative vorticity and that of the minimum (in absolute value) of the upper-layer perturbation relative vorticity are shown in Fig. 3.8 (resp. a,b,c). The two lines correspond to the two simulations : the first one initialized in a  $\Delta < 0$  region (dashed line) and the other one in a  $\Delta > 0$  region (solid line).

The amplitude of the lower-layer cyclone (in terms of maximum of relative vorticity) remains almost constant in time in the two cases (Figs 3.8a). On the contrary, after 9 or 15h (depending on the case) the intensity of the upper-layer cyclone decreases with time (Figs 3.8b) as there is a strong dispersion of energy by Rossby wave radiation as described in the previous section. The fact that the amplitude of the lower-layer cyclone does not decrease can be attributed to two reasons : first, the basic-state PV gradient is small in the lower layer (Fig. 3.4b), which causes a weak dispersion of energy. Also, although there may be dispersion of energy, the lower-layer cyclone is strengthened by the advection of the lower-layer basic-state PV induced by both the upper-layer cyclone and anticyclone. This last effect is basically constant with time : the advection of the lower-layer basic-state PV by the upper-layer cyclone decreases with time but it is replaced by the advection of the lower-layer PV induced by the upper-layer anticyclone which increases with time.

Now we examine the effect of deformation on the shape of the lower-layer cyclone and on its crossing speed. At any time, the lower-layer cyclone is followed by modelling it as an ellipse at first order, and its deformation is quantified by the aspect ratio of the ellipse, defined as the ratio between its major and minor radii. Fig. 3.8d shows the time evolution of the aspect ratio of the lower-layer cyclone. During the whole simulation, the lower-layer cyclone initialized in the area where  $\Delta < 0$  is less deformed than that initialized in the area where  $\Delta > 0$ , as observed in Fig. 3.6. The basic-state

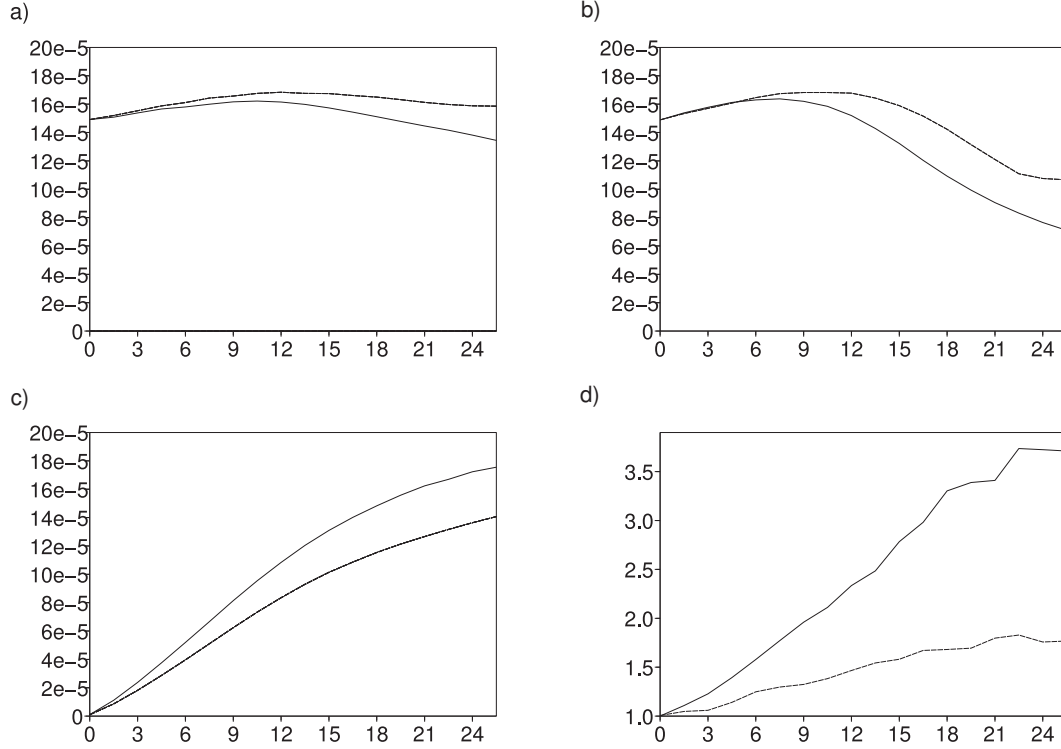


FIGURE 3.8 – Evolution with time (in h) of the maximum of the (a) lower- (b) upper-layer perturbation relative vorticity, (c) of the minimum of the upper-layer perturbation relative vorticity taken in absolute value and (d) of the aspect ratio of the lower-layer cyclone, for disturbances initially located in negative (dashed) and positive (solid) effective deformation regions.

effective deformation field is indeed the parameter which governs the deformation of the perturbations, as discussed in Oruba et al. (2012). This tendency is also valid for the upper-layer cyclones (compare Figs 3.6e and f). The deformed upper-layer cyclone weakens more rapidly than the less deformed one (Fig. 3.8b), whereas the upper-layer anticyclone associated to the most deformed cyclone grows more rapidly than those associated to the less deformed one (Fig. 3.8c). This can be interpreted following the results of Oruba et al. (2012) who showed that, in a barotropic context, dispersion of energy through Rossby wave radiation is all the more important than the cyclone is stretched in a direction near to that of the basic-state PV gradient, which is the case here (Fig. 3.6d).

We now investigate the difference between the two cases from the point of view of the cyclone motion toward the jet center. The lower-layer cyclone crossing speed is estimated with the help of the velocity field  $\mathbf{u}'_l(x, y, t)$  taken at the lower-layer cyclone center. More precisely, the lower-layer cyclone motion in the direction of the jet core is estimated by the perturbation velocity component orthogonal to the local basic-state streamline and is denoted as :

$$v'_{l,\perp}(t) = \left( \frac{-\mathbf{u}'_l \cdot \nabla \bar{\psi}}{\|\nabla \bar{\psi}\|} \right)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{traj}}}, \quad (3.12)$$

where  $\mathbf{x}_{\text{traj}}$  is the trajectory of the lower-layer cyclone, defined as the successive

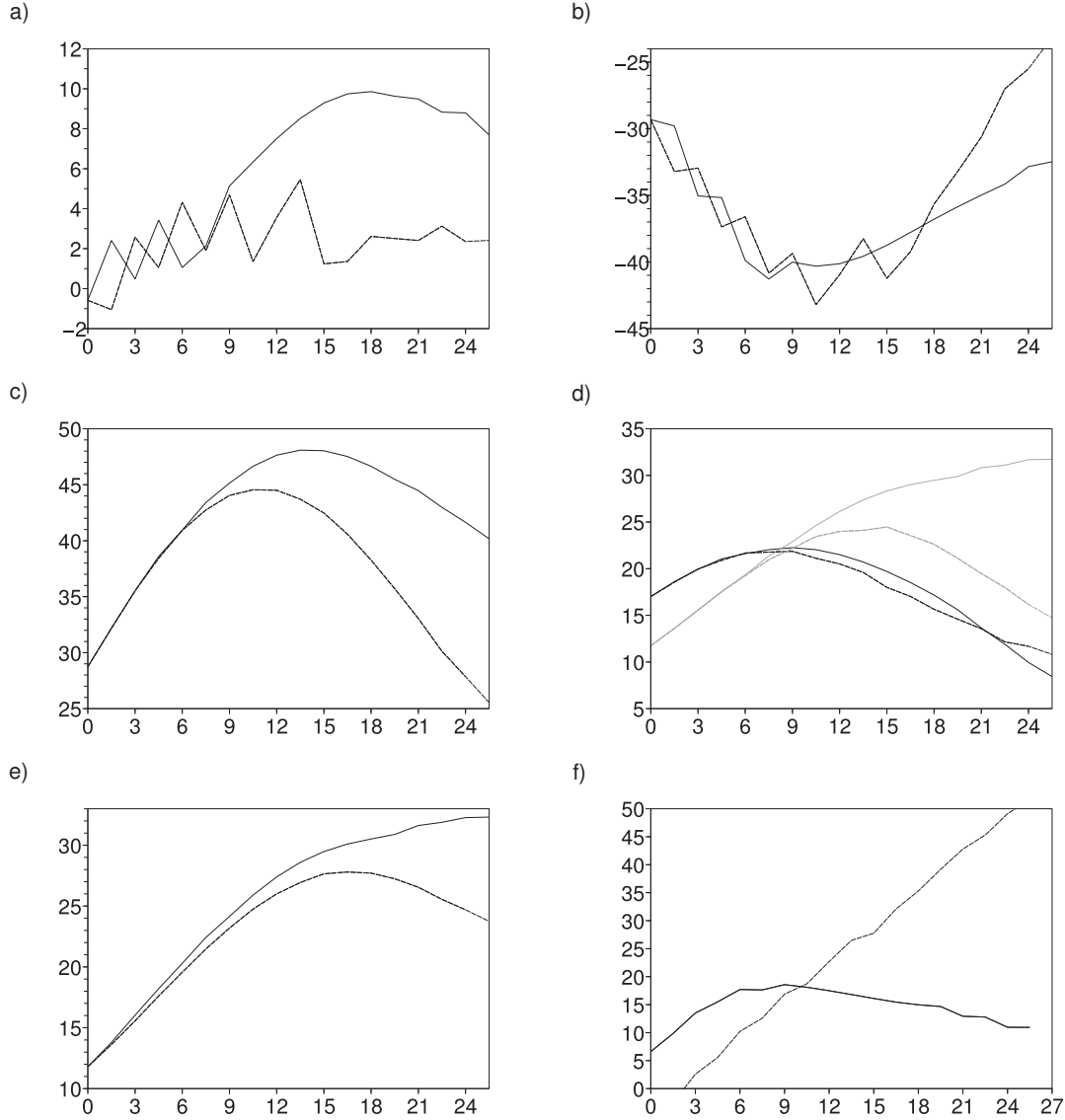


FIGURE 3.9 – Evolution with time (in hours) of (a)  $v'_{l,\perp}$ , (b)  $v'_{l,\perp}$ , (c)  $v'_{ul,\perp}$ , (d)  $v'_{ul,\perp}^{ACup}$  (grey) and  $v'_{ul,\perp}^{Cup}$  (black), (e)  $\|\mathbf{v}'_{ul}^{ACup}\|$  and (f)  $\vartheta$ . For disturbances initially located in negative (dashed) and positive (solid) effective deformation regions.

positions of the maximum of the lower-layer perturbation relative vorticity.

Fig. 3.9a shows the time evolution of  $v'_{l,\perp}$ . After a transient phase, the less deformed lower-layer cyclone has the slowest crossing speed. Note that  $v'_{l,\perp}(t=0) = 0$  because the initial lower-layer cyclone is defined as a (positive) relative vorticity perturbation, which cannot self-advect. On the contrary, initializing the lower-layer cyclone in terms of PV perturbation would lead to a non-zero initial velocity  $v'_{l,\perp}$  (not shown). Nevertheless, after a transient phase, the difference between the deformed and the non-deformed cyclone remains qualitatively the same.

In order to understand what makes the difference between the two cases, we separate the lower-layer perturbation velocity field  $\mathbf{u}'_l$  into two parts : one associated to the



perturbation PV structures at the lower layer (noted  $\mathbf{u}'_{ll}$ ) and one associated to the perturbation PV structures at the upper layer (noted  $\mathbf{u}'_{ul}$ ). These two components allow to distinguish between the role of the upper and lower-layer perturbations in the lower-layer cyclone motion. This can be done by the principle of PV inversion :  $\mathbf{u}'_{ll}$  (resp.  $\mathbf{u}'_{ul}$ ) is calculated by zeroing  $q'_u$  (resp.  $q'_l$ ). We note  $\mathbf{v}'_{ul}$  and  $\mathbf{v}'_{ll}$  the speeds at the lower-layer cyclone center, and  $v'_{ul,\perp}$  and  $v'_{ll,\perp}$  the projections of  $\mathbf{v}'_{ul}$  and  $\mathbf{v}'_{ll}$  respectively onto  $\frac{-\nabla\bar{\psi}}{\|\nabla\bar{\psi}\|}$ .

Figs 3.9b,c show the time evolution of  $v'_{ll,\perp}$  and  $v'_{ul,\perp}$  respectively. The cyclone velocity induced by the lower-layer PV  $v'_{ll,\perp}$  is quite the same for the two cyclones until  $t = 18$  h (Fig. 3.9b). On the contrary, there is a difference in speed of  $v'_{ul,\perp}$  for the two cyclones after 9 hours (Fig. 3.9c), as for the total speed  $v'_{l,\perp}$  (Fig. 3.9a). Therefore, the faster motion of the deformed lower-layer cyclone is due to  $v'_{ul,\perp}$  (Fig. 3.9c), that is to say to the upper-layer perturbations, instead of the lower-layer perturbations. The negative sign of  $v'_{ll,\perp}$  is easily understandable when looking at the PV perturbation fields (Fig. 3.7). In the lower layer, the anticyclone mainly develops southwest of the cyclone and tends to advect it southward across the  $\bar{\psi}$ -isolines (see the dashed lines in Fig.3.7).

We now want to diagnose separately the effect of the upper-layer cyclone and anticyclone on the lower-layer cyclone motion. To this end, the velocity field  $\mathbf{u}'_{ul}$  is separated into  $\mathbf{v}'_{ul}{}^{Cup}$  the velocity induced by the upper-layer positive PV ( $q'_u - q'_u H(-q'_u), 0$ ) and  $\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}$  the velocity induced by the negative PV in the upper layer ( $q'_u + q'_u H(+q'_u), 0$ ), where  $H()$  is the Heaviside function. The projections of  $\mathbf{v}'_{ul}{}^{Cup}$  and  $\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}$  onto  $-\nabla\bar{\psi}$  are noted  $v'_{ul,\perp}{}^{Cup}$  and  $v'_{ul,\perp}{}^{ACup}$  respectively.

Fig. 3.9d shows the time evolution of both  $v'_{ul,\perp}{}^{Cup}$  (black) and  $v'_{ul,\perp}{}^{ACup}$  (grey). We consider first the case of the cyclone initialized in the  $\Delta > 0$  region. Both the upper-layer cyclone and anticyclone lead to the jet crossing by the lower-layer cyclone (see the positive sign of the two quantities). More precisely, the contribution of the upper-layer cyclone dominates that of the upper-layer anticyclone during the first 9 h, which is consistent with the fact that the upper-layer cyclone is initially stronger than the upper-layer anticyclone. Note that  $v'_{ul,\perp}{}^{ACup}$  is not zero initially. Indeed, there exists an initial upper-layer anticyclone in terms of PV because the initialization of the perturbations is made in terms of relative vorticity. After 9 h, the effect of the upper-layer anticyclone dominates more and more in the case of the most deformed cyclone (solid lines) : it is consistent with the fact that the upper-layer anticyclone keeps strengthening (Fig. 3.8c) whereas the upper-layer cyclone keeps weakening (Fig. 3.8b). A similar result is obtained for the cyclone initialized in the  $\Delta < 0$  region. The difference of  $v'_{ul,\perp}$  between the most deformed cyclone and the less deformed one seems to be strictly due to the upper-layer anticyclone (similar speeds  $v'_{ul,\perp}{}^{Cup}$  but different speeds  $v'_{ul,\perp}{}^{ACup}$  for the two cyclones, Fig. 3.9d).

To understand the reason why the speed  $v'_{ul,\perp}{}^{ACup}$  is stronger in the case of the most deformed cyclone than for the less deformed one, we consider the modulus of  $\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}$ , noted  $\|\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}\|$ , and the angle of  $\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}$  with respect to  $-\nabla\bar{\psi}$ , noted  $\vartheta$  and defined as :

$$\vartheta = \left( \widehat{\mathbf{v}_{ul}^{\prime ACup}}, \nabla \overline{\psi} \right). \quad (3.13)$$

Figs 3.9e,f show the time evolution of  $\|\mathbf{v}_{ul}^{\prime ACup}\|$  and  $\vartheta$  respectively. The modulus  $\|\mathbf{v}_{ul}^{\prime ACup}\|$  is greater and  $\vartheta$  is smaller for the most deformed cyclone than for the less deformed one after 9 h. Thus, both parameters are more favorable, after 9 h, to the jet crossing of the most deformed cyclone than that of the less deformed one (since  $v_{ul,\perp}^{\prime ACup} = \|\mathbf{v}_{ul}^{\prime ACup}\| \cos \vartheta$ ). To determine which quantity has a stronger impact, let us consider the relative variation of  $\|\mathbf{v}_{ul}^{\prime ACup}\|$  and  $\cos(\vartheta)$  at  $t = 21$  h. They are respectively equal to 16% ( $\frac{32-27}{32}$ ) and 25% ( $\frac{\cos(43^\circ) - \cos(13^\circ)}{\cos(13^\circ)}$ ). Therefore, at  $t = 21$  h, the direction of  $\mathbf{v}_{ul}^{\prime ACup}$  seems to be more decisive than its modulus.

The direction of  $\mathbf{v}_{ul}^{\prime ACup}$ , diagnosed by  $\vartheta$ , is directly linked to the location and shape of the upper-layer anticyclone. Fig. 3.6c shows that the upper-layer anticyclone associated to the quasi-isotropic upper-layer cyclone tends to sprawl and to curl around it. Indeed, the anticyclone being weaker than the cyclone, it tends to be advected and deformed along the northwest/southeast direction by the cyclone and to sprawl around it. Therefore, the northwest/southeast tilted anticyclone can explain the large values of  $\vartheta$  (after 9 h in Fig. 3.9f). On the contrary, Fig. 3.6d shows that the upper-layer anticyclone remains northeast of the deformed upper-layer cyclone, it is stronger than the cyclone and is thus less deformed by it. On its western side, its isolines being almost aligned with the meridional direction, it leads to weak values of  $\vartheta$ . It maintains to the east-northeast of the cyclone, and its isolines on its western side are almost along the meridional direction, leading to weak values of  $\vartheta$  (Fig. 3.9f). This renders the anticyclone in that case more efficient in pushing the lower-layer cyclone across the basic-state isolines.

The two previous simulations were initialized with a lower-layer cyclone located at a distance  $d = 750$  km to the south of the jet core, in a negative and positive effective deformation region. To study the role of the initial distance of the cyclones relative to the jet core, other simulations were made with cyclones initialized at  $d = 625$  km and  $d = 1000$  km at the same longitudes. The crossing time of these cyclones are 14.5 h, 11.5 h for both cyclones initialized at  $d = 625$  km (in the  $\Delta < 0$  and  $\Delta > 0$  region respectively) and 33.5 h and 21.5 h for both cyclones initialized at  $d = 1000$  km (in the  $\Delta < 0$  and  $\Delta > 0$  region respectively). The cyclone initialized near the jet core and in the region of positive  $\Delta$  has the shortest jet-crossing time, as expected from the previous results. Figs 3.10a,b show respectively the time evolution of the minimum (in absolute value) of the upper-layer perturbation relative vorticity and the time evolution of the speed  $v_{ul,\perp}'$ . For each distance, the anticyclones and the velocity  $v_{ul,\perp}'$  are shown to be larger in the  $\Delta > 0$  case than in the  $\Delta < 0$  case. This is similar to the results obtained in the simulations with cyclones initialized at  $d = 750$  km (see Fig. 3.8c and Fig. 3.9c). Moreover, Fig. 3.10a shows that the upper-layer anticyclone is stronger for cyclones initialized near the jet core than for those initialized farther. As the large-scale PV gradient in the upper layer is stronger near the jet core (see Fig. 3.4b), we expect the dispersion of energy by Rossby waves which explains the different amplitudes of the anticyclones to be stronger as well. The smaller anticyclone and a less favorable

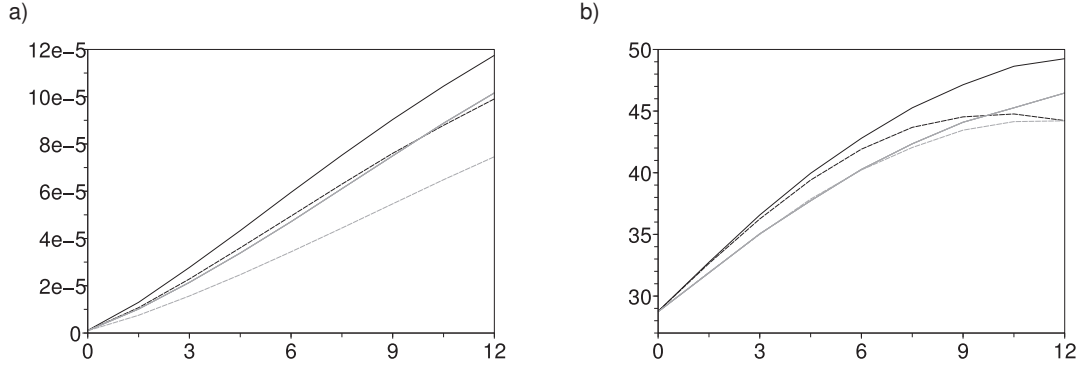


FIGURE 3.10 – Evolution with time (in hours) of (a) the minimum, in absolute value, of the upper-layer perturbation relative vorticity, (b)  $v'_{ul, \perp}$ , for disturbances initially located at  $d = 625$  km (black) or  $d = 1000$  km (grey), in the negative (dashed) and positive (solid) effective deformation regions.

tilt  $\vartheta$  (not shown) are responsible of a smaller velocity  $v'_{ul, \perp}$  during the first 12 hours for cyclones far from the jet core (Fig. 3.10b).

Similar results to those of this section were obtained by doubling the amplitude  $A_k$  of the initial cyclones and for other values of the initial distance  $d$ . Note finally that changing the parameters of the large-scale jet  $\epsilon$  and  $\alpha$  (see Eq. (3.8) and Table 3.1) and the definition of the initial cyclones (for instance in terms of PV) leads to similar results as well.

### 3.2.2.3.c Statistical study

The model is successively initialized with 256 disturbances located at the 256 grid points along the  $x$  axis, at a distance  $d$  to the south of the jet core,  $d$  varying from 375 to 1000 km every 125 km. It leads to  $256 \times 6 = 1536$  trajectories. In this section, statistics are analysed to confirm the mechanisms deduced from the two simulations described in the previous section. Since the differences between cases are only visible after a few hours, the time averages in this section are made between 9 h and 18 h.

Fig. 3.11a is a scatterplot of the averaged aspect ratio of the lower-layer cyclones as a function of the averaged effective deformation  $\Delta$ , both integrated along their trajectory. The symbols are associated with different initial distances  $d$ . For each distance, the correlation between the deformation of the lower-layer cyclones and the large-scale effective deformation field where they are embedded is clear, as expected from the role of  $\Delta$  (except for the perturbations very close to the jet center at  $d = 375$  km). For one specific distance, the closed shape of the symbol cloud can be explained with Fig. 3.12. Fig. 3.12a shows the averaged aspect ratio of the lower-layer cyclones initialized at  $d = 750$  km, as a function of the averaged  $\Delta$ , both integrated along their trajectory. Fig. 3.12b shows the averaged aspect ratio, the averaged  $\Delta$  and the initial value  $\Delta(x_0)$ , as a function of the initial longitude of the lower-layer cyclones initialized at  $d = 750$  km. The quantities  $\Delta(x_0)$  and the averaged  $\Delta$  are logically zonally shifted, because of the zonal advection of cyclones. Reasoning from an initial location at  $x_0 = -8000$  km, first the averaged  $\Delta$  decreases while  $x_0$  increases until the averaged  $\Delta$  reaches

$-4 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  (descending branch in Fig. 3.12a). From about the first half of the  $\Delta(x_0) < 0$  region ( $x_0 = -6000 \text{ km}$ ), the averaged  $\Delta$  increases with  $x_0$  until the first half of the  $\Delta(x_0) > 0$  region ( $x_0 = -2000 \text{ km}$ ) (rising branch in Fig. 3.12a), from which the averaged  $\Delta$  decreases while  $x_0$  increases. The zonal periodicity of the effective deformation field  $\Delta$  leads to the closed shape of the symbol cloud. The symbol cloud can be noded if there exists a couple of initial longitudes whose the averaged aspect ratios are the same and such as the two values of the averaged effective deformation  $\Delta$  are also equal. It is the case here, for  $x_0 = -2500 \text{ km}$  and  $x_0 = -1000 \text{ km}$  approximatively.

Figs 3.11b,c,d are scatterplots of the perturbation relative vorticity maximum in the lower (Fig. 3.11b) and upper (Fig. 3.11c) layers, and of the perturbation relative vorticity minimum (in absolute value) in the upper layer (Fig. 3.11d), all at  $t = 18 \text{ h}$ , as a function of the averaged aspect ratio of the lower-layer cyclone.

The amplitude of the lower-layer cyclone is almost independent of the averaged aspect ratio and of the initial distance to the jet core (Fig. 3.11b). Moreover, the upper and lower-layer cyclones initialized at  $d = 1000 \text{ km}$  have comparable amplitudes (compare Figs 3.11b,c) close to the initial value ( $1.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ). The barotropic PV gradient of the background flow is indeed almost zero at this distance (Fig. 3.4b) so that the upper and lower-layer vortices loose the same energy by Rossby wave emission.

For distances smaller than  $d = 1000 \text{ km}$ , the upper-layer cyclone has systematically a smaller amplitude than the lower-layer cyclone (compare Figs 3.11b,c) and it is all the more true that  $d$  decreases and  $r$  increases. On the contrary, the upper-layer anticyclone is stronger for cyclones more deformed or closer to the jet axis (Fig. 3.11d). The evolution of the amplitude of these two upper-layer structures with the aspect ratio and the distance is consistent with the results obtained by Oruba et al. (2012) in a barotropic context and they corroborate the observations of the previous section. The emission of Rossby waves reinforcing the upper-layer anticyclone depends on the amplitude of the large-scale PV gradient in the upper layer (which decreases with the distance, see Fig. 3.4b) and to the stretching of the cyclone (which increases with  $\Delta$ , see Figs 3.11a,d). Note that the upper-layer anticyclone seems less sensitive to the initial distance  $d$  than the upper-layer cyclone (Figs 3.11c,d). It can be explained by the fact that the cyclone keeps loosing energy by emitting Rossby waves whereas the anticyclone gets energy from the initial cyclone and looses energy at the benefit of the secondary cyclone at the same time. Thus dispersion has two opposite effects on the anticyclone, which makes it less sensitive to the upper-layer PV gradient.

Fig. 3.13a is a scatterplot of the averaged crossing speed  $v'_{l,\perp}$  of the lower-layer cyclones as a function of their averaged aspect ratio. It shows that for each distance,  $v'_{l,\perp}$  increases with the averaged aspect ratio of the lower-layer cyclone, as observed in the previous section. Moreover, the crossing speed  $v'_{l,\perp}$  decreases when  $d$  increases. This can be interpreted by relating  $d$  to the strength of vertically averaged PV gradient (which increases when it is closer to the jet core, Fig. 3.4b). This last link is proved in Fig. 3.13b, which is the scatterplot of the averaged  $v'_{l,\perp}$  versus the large-scale barotropic PV gradient integrated along the lower-layer cyclone's trajectory : considering all distances,  $v'_{l,\perp}$  increases with the integrated large-scale PV gradient. Figs 3.13c,d are scatterplots of the averaged crossing speeds  $v'_{ul,\perp}$  and  $v'_{ll,\perp}$  of the lower-layer cyclones respectively,

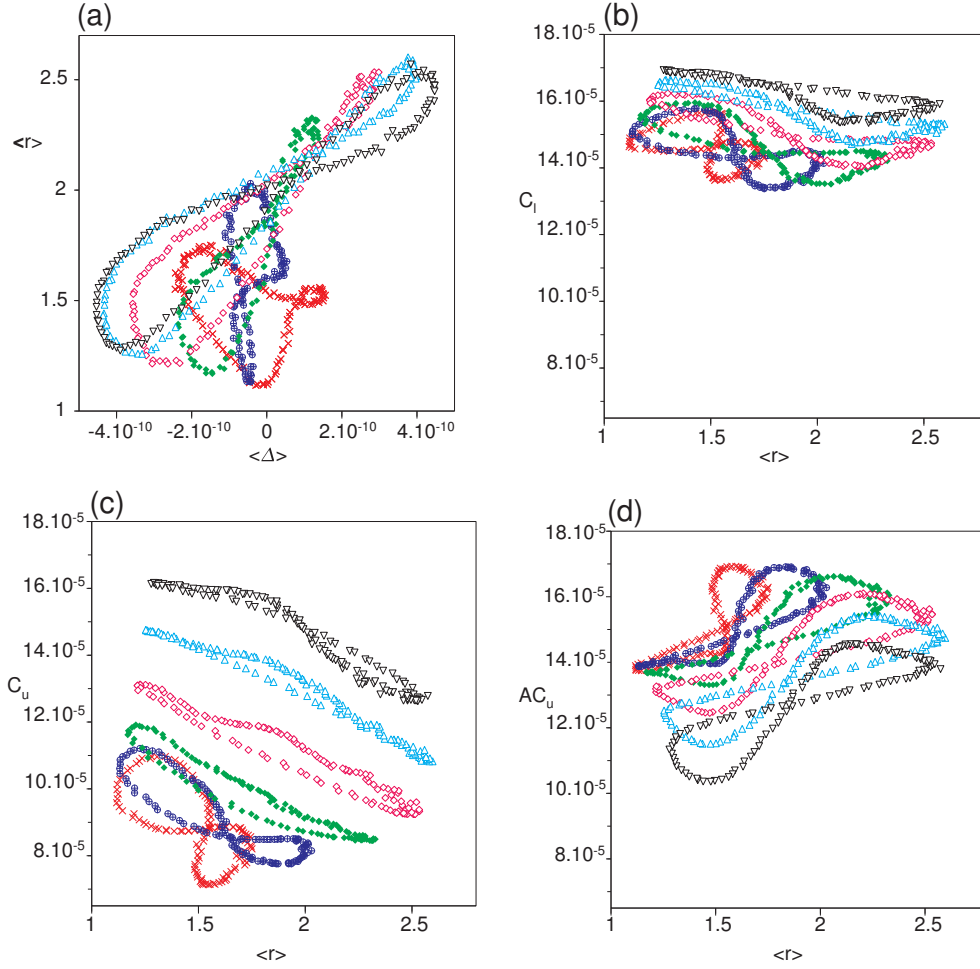


FIGURE 3.11 – (a) Scatterplot of the averaged aspect ratio  $r$  of the lower-layer cyclone between 9 h and 18 h versus the average of  $\Delta$  ( $\text{s}^{-2}$ ) (using all cyclones). Scatterplots of the maximum of the perturbation relative vorticity field in the (b) lower and (c) upper layers and (d) of the minimum of the upper-layer perturbation relative vorticity field (absolute value), all at  $t = 18$ , as a function of the averaged  $r$ . Symbols and colours :  $d = 375$  km (crosses, red),  $d = 500$  km (circles, blue),  $d = 625$  km (lozenges, green),  $d = 750$  km (diamonds, pink),  $d = 875$  km (triangles, cyan) and  $d = 1000$  km (reverse triangles, black).

as a function of the averaged  $v'_{l,\perp}$ . The crossing speed  $v'_{l,\perp}$  and  $v'_{ul,\perp}$  are positively correlated for each distance. On the contrary, the crossing speed  $v'_{u,\perp}$  has not a clear correlation with  $v'_{l,\perp}$ . We conclude that the advection of the lower layer cyclone by the upper-layer perturbations, and not by the lower-layer ones leads to the jet crossing by the lower-layer cyclones.

The separate roles of the upper-layer anticyclone and cyclone in the jet crossing speed of the lower-layer cyclone can now be investigated. Figs 3.14a,b are scatterplots of the averaged  $v'^{ACup}_{ul,\perp}$  and  $v'^{Cup}_{ul,\perp}$  respectively, as a function of the averaged  $v'_{l,\perp}$ . For each distance, there is a clear correlation between  $v'_{l,\perp}$  and  $v'^{ACup}_{ul,\perp}$  (Fig 3.14a) whereas the correlation between  $v'^{Cup}_{ul,\perp}$  and  $v'_{l,\perp}$  is less clear (Fig 3.14b). Note that the two scatterplots can be directly compared because the range of variation (between 0 and

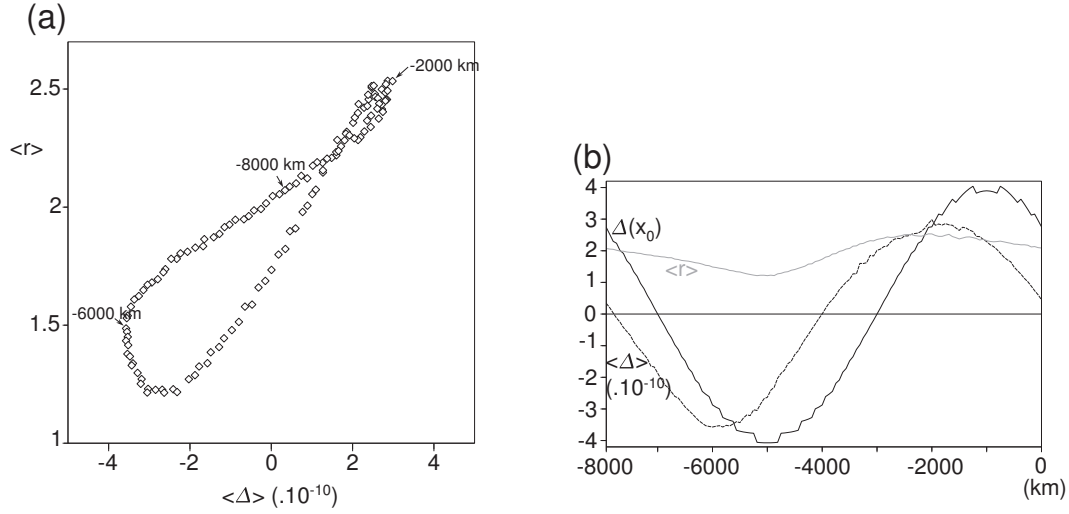


FIGURE 3.12 – (a) Scatterplot of the averaged aspect ratio  $r$  of the lower-layer cyclone between 9 h and 18 h versus the average of  $\Delta$  ( $\text{s}^{-2}$ ), for  $d = 750$  km. (b) Evolution of  $\Delta(x_0)$  (solid black line), the averaged  $\Delta$  (dashed black line) and the averaged aspect ratio  $r$  of the lower-layer cyclone versus the initial longitude  $x_0$  of the lower-layer cyclone (km).

$10 \text{ m s}^{-1}$  and between  $22$  and  $32 \text{ m s}^{-1}$ ) is identical. This difference is amplified when all distances to the jet and all cyclones are taken into account. We obtain a robust result which is that the upper-layer anticyclone is responsible for the jet crossing by the lower-layer cyclones and not the upper-layer cyclone, as shown in the previous section.

Figs 3.14c,d allow to grasp the sensitivity of  $v'_{ul,\perp}$  to the deformation of the lower-layer cyclones. Figs 3.14c,d are scatterplots of the averaged  $\|\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}\|$  and  $\cos\vartheta$  respectively, as a function of the averaged  $v'_{l,\perp}$ . All distances taken together, the correlation of  $v'_{l,\perp}$  with  $\cos\vartheta$  seems better than that with  $\|\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}\|$ . For each distance,  $\cos\vartheta$  increases with  $v'_{l,\perp}$  (Fig. 3.14d) whereas there is no clear correlation between  $\|\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}\|$  and  $v'_{l,\perp}$  for the large distances  $d = 875$  and  $1000$  km (Fig. 3.14c). Thus, both the modulus and the direction of  $\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}$  seem to influence  $v'_{l,\perp}$ . In other words, both the strength of the upper-layer anticyclone (to which  $\|\mathbf{v}'_{ul}{}^{ACup}\|$  is linked) and its location and shape (to which the diagnosis  $\vartheta$  is linked), play a role into the jet-crossing by the lower-layer cyclone. Nevertheless, as explained in the previous section, the location and the shape of the upper-layer anticyclone depend on its strength. Indeed, a strong upper-layer anticyclone tends to have a more favorable location for jet crossing since it forms a more coherent dipole with the upper-layer cyclone and remains to the northeast by comparison with a weak upper-layer anticyclone, which curls around the upper-layer cyclone, leading to a less favorable configuration for jet crossing.

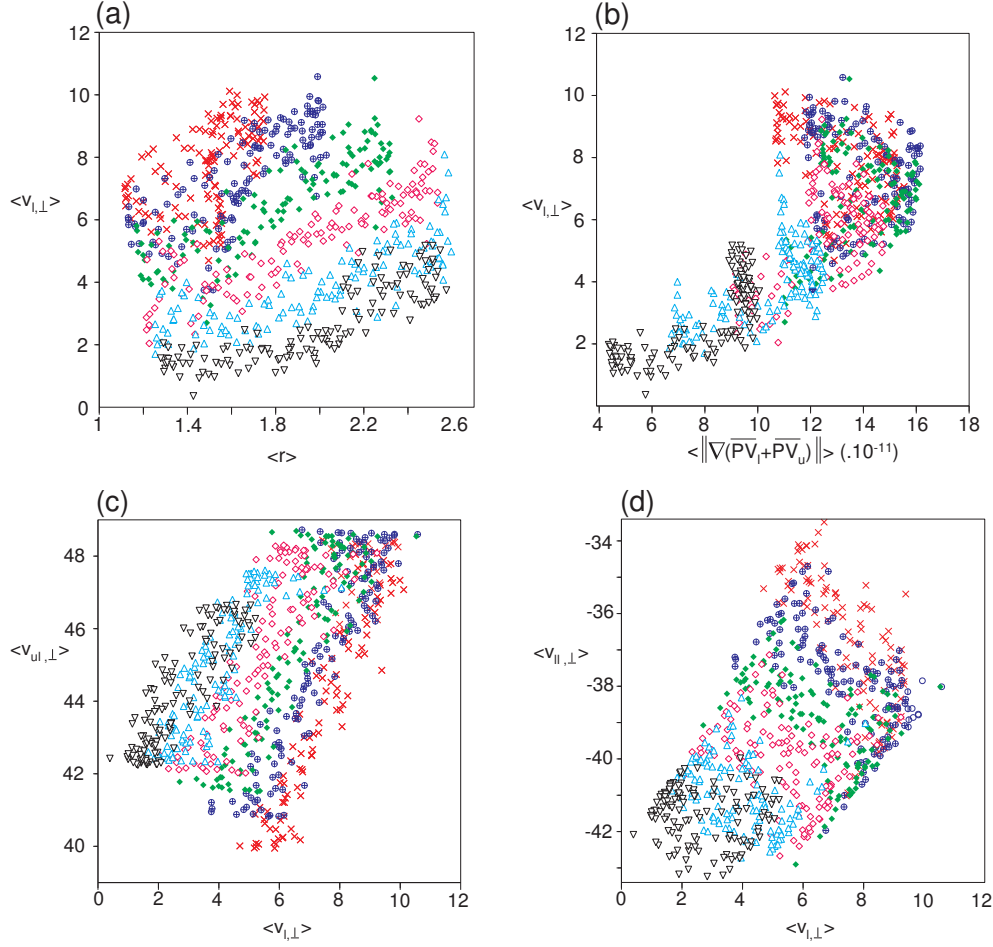


FIGURE 3.13 – Scatterplot of  $v'_{l,\perp}$  versus  $r$  (a) and versus the large-scale barotropic PV gradient (b). Scatterplots of  $v'_{ul,\perp}$  (c),  $v'_{ll,\perp}$  (d). All averaged between 9 h and 18 h, using all cyclones. Symbols and colours :  $d = 375$  km (crosses, red),  $d = 500$  km (circles, blue),  $d = 625$  km (lozenges, green),  $d = 750$  km (diamonds, pink),  $d = 875$  km (triangles, cyan) and  $d = 1000$  km (reverse triangles, black).

### 3.2.3 Récapitulatif des résultats de l'article II et discussion

Dans cette section, on présente et on discute les principales conclusions de l'article II. On parlera de cyclone (anticyclone) de surface pour désigner la perturbation cyclonique (anticyclonique) de la couche inférieure, et de cyclone (anticyclone) d'altitude pour qualifier la perturbation cyclonique (anticyclonique) de la couche supérieure.

#### Résultats de l'article II

Dans le cas d'un écoulement de base uniforme, zonal et de sens opposé dans chacune des couches où l'on a placé un cyclone (dans chaque couche), l'évolution linéaire de l'écoulement perturbé en l'absence de  $\beta$  est marquée par la dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby, vers l'est dans la couche supérieure (où le gradient méridien de PV est positif) et vers l'ouest dans la couche inférieure (gradient méridien de PV négatif). Les anticyclones associés qui se développent à l'est du cyclone d'alti-

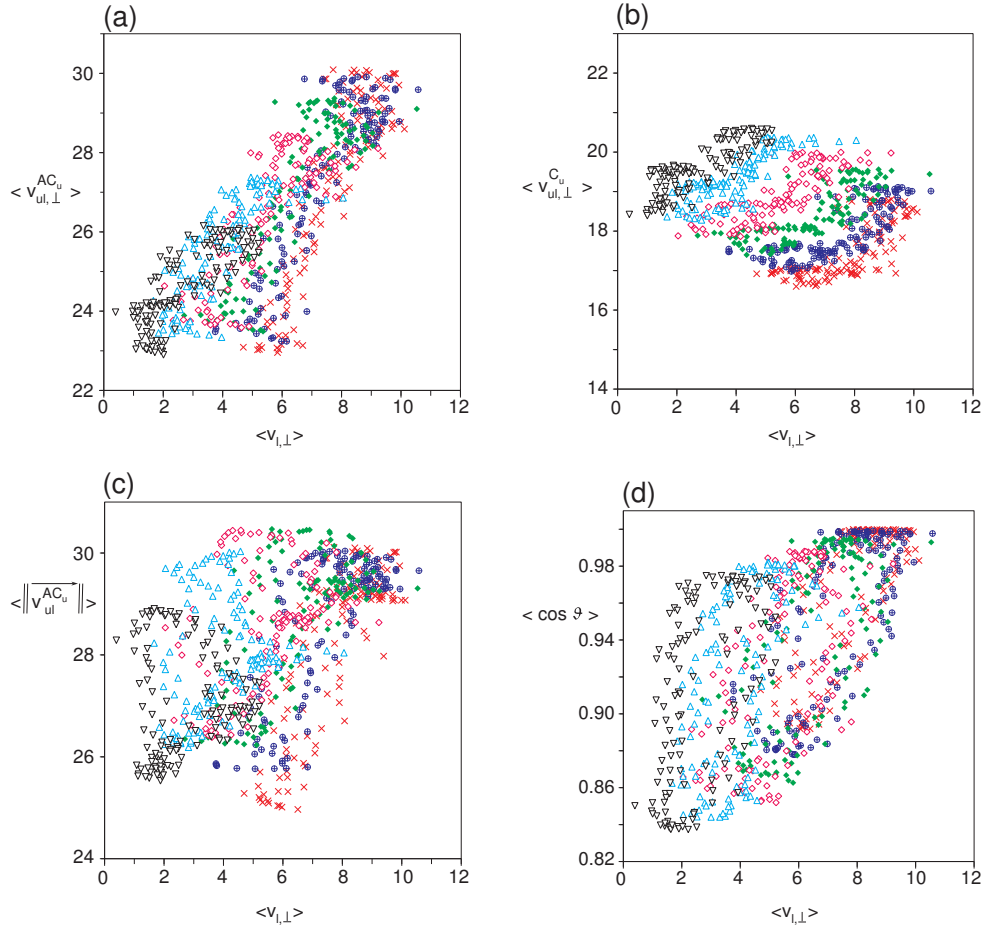


FIGURE 3.14 – Scatterplot of  $v_{ul,\perp}^{ACup}$  (a),  $v_{ul,\perp}^{Cu}$  (b),  $\|v_{ul}^{ACu}\|$  (c) and  $\cos \vartheta$  (d), versus  $v_{l,\perp}$ . All averaged between 9 h and 18 h, using all cyclones. Symbols and colours :  $d = 375$  km (crosses, red),  $d = 500$  km (circles, blue),  $d = 625$  km (lozenges, green),  $d = 750$  km (diamonds, pink),  $d = 875$  km (triangles, cyan) and  $d = 1000$  km (reverse triangles, black).

tude et à l'ouest du cyclone de surface sont de même amplitude car les gradients de PV dans les deux couches sont égaux en valeur absolue. La présence de  $\beta$  induit une asymétrie dans la dispersion, qui se renforce dans la couche supérieure et s'affaiblit dans la couche inférieure (gradient de PV plus fort dans la couche supérieure que dans la couche inférieure, en valeur absolue) : un fort anticyclone se développe à l'est du cyclone d'altitude (figure 3.3b). Dans la simulation non linéaire en l'absence de  $\beta$ , les anticyclones des deux couches sont de même amplitude, plus faibles que les cyclones, et ils sont étirés et entraînés autour de ces derniers. En présence de  $\beta$ , le fort anticyclone d'altitude forme un dipôle avec le cyclone d'altitude, et induit le déplacement du cyclone de surface vers le nord. Un tel déplacement méridien a lieu uniquement dans cette simulation (non-linéaire,  $\beta$  non nul). Ainsi, le gradient de PV barotrope positif induit la formation d'un fort anticyclone d'altitude (comparé à l'anticyclone de surface) par dispersion d'énergie par génération d'onde de Rossby à partir du cyclone d'altitude. Le dipôle formé par l'anticyclone d'altitude et le cyclone d'altitude est alors responsable du déplacement du cyclone de surface vers le nord (autrement dit le long



du gradient de PV grande échelle barotrope), par un effet non linéaire. On a donné ici une interprétation physique du résultat de Gilet et al. (2009).

Le fait de remplacer l'écoulement de base uniforme de chaque couche par un courant-jet avec méandres permet de confronter les effets de la déformation au  $\beta$ -drift non linéaire combiné à l'interaction barocline. Le gradient méridien de PV moyenné sur la verticale est alors fortement positif, à cause de  $\beta$  et du gradient de vorticité relative lié au confinement du jet d'ouest ( $-\frac{d^2\bar{u}}{dy^2}$  positif dans chaque couche). Dans chaque simulation, on a initialisé l'écoulement perturbé par deux perturbations cycloniques, l'une dans la couche inférieure et l'autre en amont dans la couche supérieure (configuration favorable à l'interaction barocline), au sud du courant-jet. On observe une dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby dans chaque couche, plus forte dans la couche supérieure, où l'amplitude du gradient de PV est plus forte en valeur absolue que dans la couche inférieure : un fort anticyclone d'altitude se développe à l'est du cyclone d'altitude. On a observé la traversée du courant-jet par les cyclones de surface dans le plan  $\beta$ , et on a montré que c'était un effet purement non-linéaire : ce résultat est en accord avec le résultat de Gilet et al. (2009) obtenu avec un courant-jet zonal.

En jouant sur la position initiale des perturbations cycloniques le long du courant-jet, on a pu montrer le rôle de la déformation sur la génération d'ondes de Rossby (montré dans le contexte barotrope, article I), et donc sur la traversée du courant-jet par le cyclone de surface. Dans le cas d'une perturbation initialisée dans une région où le champ de déformation effective grande échelle  $\Delta$  est négatif, le cyclone de surface demeure quasi-isotrope, alors qu'il s'étire selon une direction quasi-méridionale dans le cas où  $\Delta > 0$ . On observe la même tendance pour le cyclone d'altitude et cette observation est cohérente avec le signe de  $\Delta$  (section 2.3.2). Le cyclone d'altitude étiré s'affaiblit plus rapidement et l'anticyclone d'altitude associé grossit plus vite que dans le cas où le cyclone est quasi-isotrope : c'est en accord avec le résultat de l'article I selon lequel dans un contexte barotrope, la dispersion d'énergie par génération d'onde de Rossby est d'autant plus forte que le cyclone est étiré selon une direction proche du gradient de PV grande échelle. On a ensuite montré que ce sont les structures perturbées de la couche supérieure qui sont responsables de la traversée du courant-jet par le cyclone de surface. On a en outre observé un déplacement du cyclone de surface perpendiculairement au courant-jet plus rapide dans le cas étiré que dans le cas isotrope, et on a montré (par inversion de PV) que cette différence était due à l'anticyclone d'altitude. Sa position semble jouer un rôle décisif. En effet, dans le cas du cyclone quasi-isotrope, l'anticyclone d'altitude tend à s'étirer dans la direction nord-ouest/sud-est et à s'enrouler autour du cyclone, advectant le cyclone de surface dans la direction nord-ouest/sud-est, autrement dit plutôt le long des isolignes du courant-jet, et non perpendiculairement à elles. Au contraire, l'anticyclone d'altitude demeure au nord-est du cyclone étiré : son amplitude est plus forte que celle du cyclone, il est donc moins déformé par ce dernier. L'anticyclone d'altitude est alors plus efficace pour advecter le cyclone de surface à travers les isolignes du courant-jet.

Dans la dernière partie de l'article II, on a étudié l'évolution d'un ensemble de perturbations initialisées à différentes positions au sud du courant-jet afin de confirmer,

via une étude statistique, les mécanismes déduits ci-dessus.

On a constaté une nette corrélation positive entre l'étirement du cyclone de surface, la force de l'anticyclone d'altitude et la vitesse du cyclone de surface perpendiculairement au courant-jet (en accord avec nos résultats dans le contexte barotrope, article I). On a également vérifié la corrélation positive du gradient de PV barotrope avec la force de l'anticyclone d'altitude et la vitesse de traversée. En outre, on a montré que ce sont les structures d'altitude, et plus particulièrement l'anticyclone d'altitude, qui provoquent la traversée du courant-jet par le cyclone de surface : sa force, ainsi que sa position et sa forme, influent sur la vitesse de traversée. Notons toutefois que la position et la forme de l'anticyclone d'altitude sont en fait directement liées à sa force, comme nous l'avons déjà souligné, puisqu'un anticyclone fort tend à avoir une position favorable à la croisée du jet. En effet, il forme alors un dipôle avec le cyclone et reste au nord-est du cyclone, alors qu'un faible anticyclone tend à s'enrouler autour du cyclone, ce qui mène à une position défavorable pour la croisée du jet par le cyclone de surface.

## Discussion

On a retrouvé, dans le cas d'un courant-jet avec méandres, le rôle du gradient de PV moyenné sur la verticale et des non-linéarités dans la traversée du courant-jet par les cyclones de surface, montré par Gilet et al. (2009) dans le cas d'un courant-jet zonal. On a pu y apporter une interprétation physique, fondée sur la formation d'un fort anticyclone d'altitude par dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby. On est d'ailleurs tenté de relier le cyclone de surface et l'anticyclone d'altitude de notre étude au dipôle barocline (heton) du modèle à 2.5 couches de Vandermeirsch et al. (2003b), formé par l'anomalie de PV négative de la couche inférieure et le méandre cyclonique du jet de la couche supérieure. Cependant, ne perdons pas de vue que le courant-jet de leur étude est zonal et associé à une discontinuité de PV, plutôt qu'à un profil continu de PV.

Ajoutons que notre étude se distingue des études idéalisées qui ont été menées jusqu'alors sur la traversée d'un courant-jet instable barocliniquement par un tourbillon, dans la mesure où l'écoulement de base est un courant-jet avec méandres, de champ de déformation plus complexe que celui associé aux courant-jets zonaux des études de Vandermeirsch et al. (2003b) et Gilet et al. (2009). On a ainsi pu étudier les effets combinés de la déformation et du  $\beta$ -drift non linéaire dans un cadre barocline simplifié (modèle à deux couches). Dans la section qui suit, on présentera quelques résultats complémentaires, concernant notamment la robustesse des résultats quant à la méthode d'initialisation des perturbations (section 3.2.4.1) et quant aux paramètres de forme du courant-jet (section 3.2.4.4). Les conséquences des mécanismes de déformation sur la traversée proprement dite (notamment sur l'existence d'une zone privilégiée de traversée), non évoquées dans l'article II, seront présentées dans les sections 3.2.4.3 et 3.2.4.4.

### 3.2.4 Compléments à l'article II

#### 3.2.4.1 Autres initialisations de l'écoulement perturbé

##### Initialisation sans cyclone d'altitude

Quelle est l'influence du cyclone d'altitude initial sur les résultats présentés dans l'article II ? Pour répondre à cette question, on reproduit l'étude de l'évolution temporelle des deux perturbations initialisées dans les régions de déformation effective  $\Delta < 0$  et  $\Delta > 0$ , présentée dans l'article II (figure 3.6, page 104), en initialisant avec un cyclone de surface mais sans cyclone d'altitude cette fois. Les champs de vorticité relative associés sont présentés sur la figure 3.15.

L'interaction barocline et la dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby sont à l'origine du développement d'un cyclone et d'un anticyclone d'altitude, ainsi que d'anticyclones de surface (figures 3.15c,d,e,f). On remarque que les structures d'altitude sont (logiquement) moins fortes en l'absence d'un cyclone d'altitude initial (comparer les figures 3.15c et 3.6c ou encore 3.15d et 3.6d). On remarque aussi que le déplacement du cyclone de surface perpendiculairement au courant-jet est globalement moins rapide (comparer les figures 3.15e et 3.6e, ou encore 3.15f et 3.6f). Cette dernière observation s'explique notamment par le fait que le dipôle d'altitude, qui advecte le cyclone de surface, est moins fort.

Le cyclone de surface le plus étiré (initialisé dans la région  $\Delta > 0$ ) est associé à un anticyclone d'altitude plus fort que le cyclone le moins étiré (comparer les figures 3.15c et 3.15d), ce qui est en accord avec les résultats précédents. Par contre, le déplacement perpendiculairement au courant-jet du cyclone de surface le plus étiré est moins rapide que celui du cyclone le moins étiré (comparer les figures 3.15e et 3.15f). On peut comprendre cette dernière observation en regardant de façon plus précise la forme et la position des structures perturbées. En effet, on observe que le grand axe des deux cyclones de surface est moins incliné avec l'axe  $x$  en l'absence de cyclone d'altitude qu'en sa présence, autrement dit la rotation des cyclones de surface dans le sens cyclonique sous l'effet du cyclone d'altitude est moindre : le cyclone de surface le moins étiré est orienté méridionalement alors qu'il était légèrement étiré dans la direction nord-ouest/sud-est en présence d'un cyclone d'altitude initial (comparer les figures 3.15c et 3.6c). Le cyclone de surface initialisé dans la région  $\Delta > 0$  est orienté dans la direction sud-ouest/nord-est alors que son orientation était plus méridionale en présence d'un cyclone d'altitude initial (comparer les figures 3.15d et 3.6d). De plus, la position de l'anticyclone d'altitude est également modifiée : son enroulement autour du cyclone d'altitude le moins étiré est maintenant moindre, puisque ce dernier est plus faible (comparer les figures 3.15c et 3.6c). L'anticyclone d'altitude demeure ainsi à l'est du cyclone d'altitude le moins étiré, ce qui rend la configuration plus favorable pour la traversée du courant-jet par le cyclone de surface qu'elle ne l'était en présence d'un cyclone d'altitude initial : les isolignes de la PV perturbée d'altitude sont maintenant quasiment perpendiculaires aux isolignes de la fonction de courant grande échelle (figure 3.16a à comparer à la figure 3.7c). Par contre, la configuration associée au cyclone le plus étiré est maintenant moins favorable : les isolignes de la PV perturbée d'altitude sont maintenant inclinées à  $45^\circ$  avec les isolignes du courant-jet (figure 3.16b), ce qui est nettement moins favorable qu'en présence d'un cyclone d'altitude initial (figure

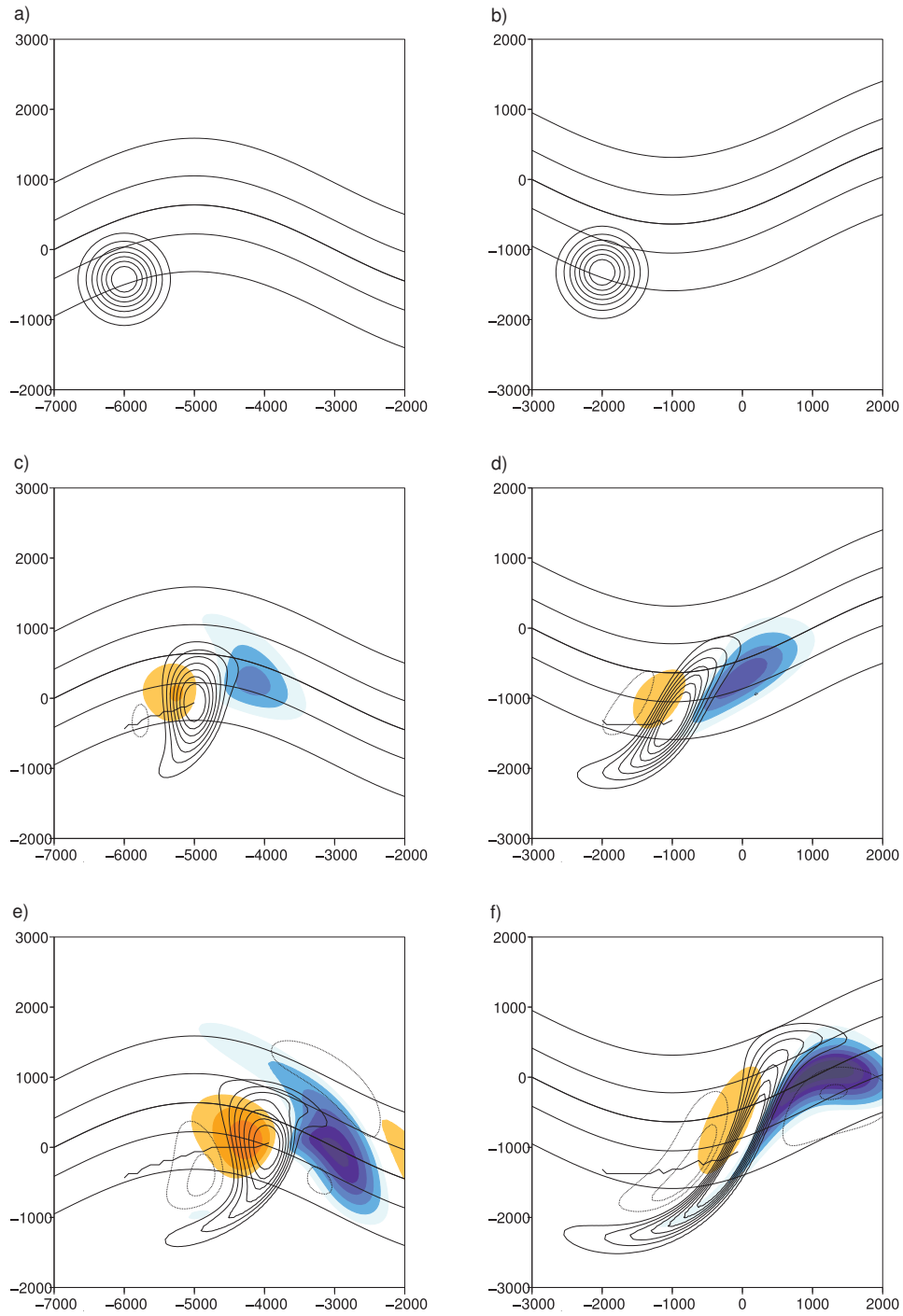
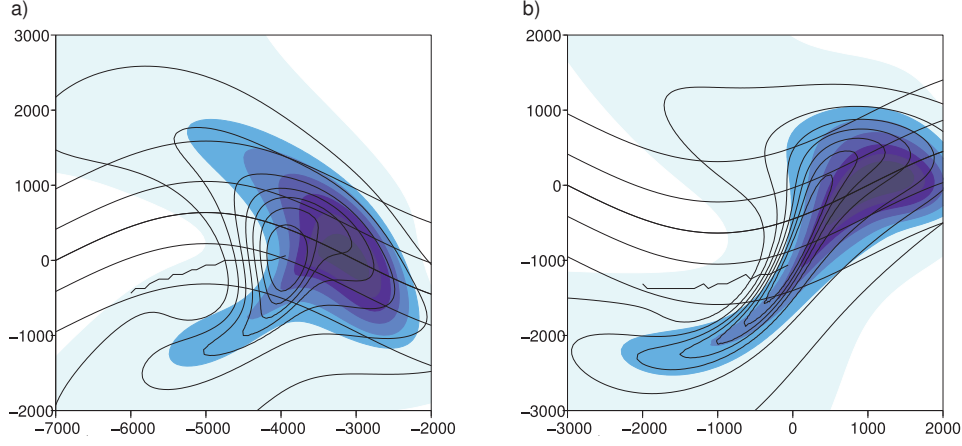


FIGURE 3.15 – Comme figure 3.6 (page 104), mais sans cyclone d'altitude initialement.

3.7d).

Le fait d'initialiser le modèle sans cyclone d'altitude initialement ne semble donc pas modifier le résultat selon lequel l'étirement des cyclones favorise le développement de l'anticyclone d'altitude, mais les conséquences en terme de traversée de courant-jet


 FIGURE 3.16 – Comme figure 3.7 (page 105), à  $t = 27$  h, mais sans cyclone d'altitude initialement.

par le cyclone de surface s'avèrent différentes à cause de la modification de la forme et de la position des structures perturbées.

#### Présence du cyclone d'altitude initial mais autres définitions de la perturbation

Après avoir testé l'influence du cyclone d'altitude initial sur les résultats obtenus, on s'intéresse à l'influence de la méthode utilisée pour définir chaque cyclone initial. On a en effet choisi d'initialiser les perturbations en terme de vorticité relative (voir l'équation (3.6) de l'article II). On appellera cette méthode 1, et les champs initiaux de vorticité relative et potentielle perturbées associés sont représentés sur les figures 3.17a,b respectivement. Or, on pourrait définir les perturbations initiales en terme de vorticité potentielle perturbée et non plus en terme de vorticité relative : c'est ce qu'on fait dans les méthodes 2 et 3 présentées ci-dessous.

Dans la méthode 2, les perturbations initiales sont définies par :

$$q'_k = A_k \exp \left[ -\frac{(x - x_0 - \delta_{k=u}.x_d)^2 + (y - y_0 - \delta_{k=u}.y_d)^2}{r'^2} \right], \quad (3.14)$$

où les paramètres  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_d, y_d)$ ,  $r'$  et  $A_k$  restent inchangés par rapport à la méthode 1. Ainsi, dans la méthode 2,  $A_k$  (égal à  $1.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) représente le maximum de vorticité potentielle, alors qu'il correspondait au maximum de vorticité relative dans la méthode 1. Par conséquent, les champs de vorticité relative issus des méthodes 1 et 2 (de même que les champs de vorticité potentielle) n'ont pas les mêmes extremas, ce qui complique la comparaison des résultats obtenus avec chacune de ces méthodes. La méthode 3 permet de pallier cette difficulté, les perturbations initiales étant alors définies comme :

$$q'_k = A_{k,3} \exp \left[ -\frac{(x - x_0 - \delta_{k=u}.x_{d,3})^2 + (y - y_0 - \delta_{k=u}.y_{d,3})^2}{r'^2} \right], \quad (3.15)$$

où cette fois les paramètres  $A_{k,3}$  et  $(x_{d,3}, y_{d,3})$  sont différents des paramètres  $A_k$  et  $(x_d, y_d)$  (d'où l'ajout de l'indice  $( )_3$ ).  $A_{k,3}$  est choisi comme égal au maximum du champ de vorticité potentielle perturbée issu de la méthode 1, soit  $1.9 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Les champs de vorticité potentielle perturbée issus des méthodes 1 et 3 ont donc le même maximum. On va détailler maintenant comment on évalue  $(x_{d,3}, y_{d,3})$ , autrement dit comment on localise le maximum du champ  $q'_u$ . L'objectif est de placer l'anomalie d'altitude de telle sorte que l'interaction barocline soit maximisée. On peut montrer (moyennant quelques approximations, à partir de l'équation (3.30)) que cela revient à maximiser  $v'_u q'_u$  au niveau du maximum de  $q'_u$ , autrement dit à maximiser  $v'_{ul} q'_u$  puisque  $v'_{uu}$  est nul au maximum de  $q'_u$  (voir section 3.2.2.3.b page 103 pour les définitions de  $v'_{ul}$  et  $v'_{uu}$ ). On calcule donc le champ  $v'_{ul}$  (par inversion de PV à partir de  $q'_l$  et de  $q'_u = 0$ ) puis on place le maximum du champ  $q'_u$  au niveau d'un maximum de  $v'_{ul}$ , le long de l'isoligne locale de la fonction de courant du jet grande échelle, en amont de l'anomalie de surface.

Les champs de vorticité relative et potentielle perturbées initiaux issus de la méthode 2 sont représentés sur les figures 3.17c,d (respectivement), et ceux issus de la méthode 3 correspondent aux figures 3.17e,f. La comparaison des figures 3.17b,d,f confirme que le maximum de PV dans chacune des deux couches est le même pour les méthodes 1 et 3, alors qu'il est différent pour la méthode 2.

L'étude de l'évolution temporelle des deux perturbations initialisées dans les régions de déformation effective  $\Delta < 0$  et  $\Delta > 0$  présentée dans l'article II (figure 3.6, page 104) a été reproduite en initialisant les deux perturbations par les méthodes 2 et 3. Les champs de vorticité relative associés sont présentés sur les figures 3.18 (page 124) et 3.19 (page 125). Pour chacune des deux méthodes d'initialisation en PV (méthodes 2 et 3), on retrouve qualitativement le même résultat que celui obtenu avec la méthode d'initialisation en vorticité relative (méthode 1) : le cyclone de surface le plus déformé est associé à un anticyclone d'altitude plus fort (qui reste au nord-est), et il traverse le courant-jet plus vite que le cyclone de surface le moins déformé, dont l'anticyclone d'altitude associé est plus faible et tend à s'enrouler autour de lui.

Si l'on compare les figures 3.6 et 3.18, on remarque que les anticyclones d'altitude et de surface sont moins forts pour la méthode 2 d'initialisation que pour la méthode 1. Cela peut s'expliquer par une valeur initiale du maximum de PV plus grande dans la méthode 1 (comparer les figures 3.17b et 3.17d), d'où une dispersion d'énergie par génération d'onde de Rossby plus efficace. De plus, la méthode 1 implique l'existence initiale de PV négative en altitude et en surface (figure 3.17b). En outre, on constate également une traversée du jet plus rapide pour les cyclones initialisés selon la méthode 1 que ceux initialisés selon la méthode 2 (comparer les figures 3.6e et 3.18e ainsi que les figures 3.6f et 3.18f). Cela est cohérent avec le fait que l'anticyclone d'altitude est plus fort dans la méthode 1 que dans la méthode 2.

La comparaison des figures 3.6 et 3.19 montre qu'à  $t = 15 \text{ h}$ , l'anticyclone d'altitude est plus faible dans la méthode 3 que dans la méthode 1, ce qui s'explique par la présence initiale de PV négative dans la méthode 1. Par contre, à  $t = 27 \text{ h}$ , les forces de l'anticyclone d'altitude sont comparables : en altitude, l'influence de la PV initiale s'est atténuée. Si on s'intéresse maintenant à la couche inférieure, l'anticyclone de surface à

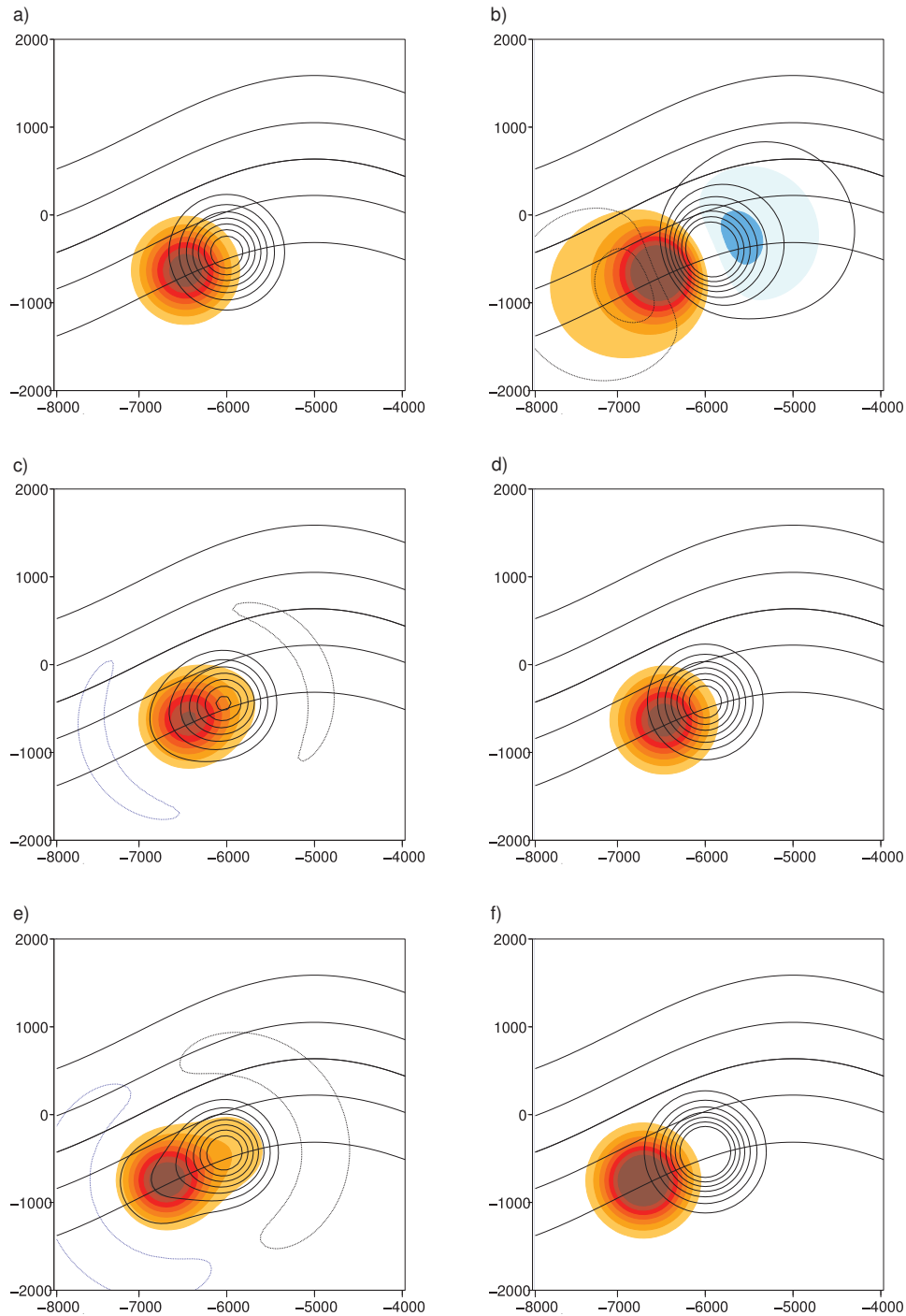


FIGURE 3.17 – Les contours noirs représentent le champ de vorticité relative ((a),(c),(e)) ou potentielle ((b),(d),(f)) perturbée, dans la couche inférieure. Valeurs positives : contours solides entre  $2 \times 10^{-5}$  et  $12.8 \times 10^{-5}$  tous  $1.8 \times 10^{-5}$ , en  $s^{-1}$ . Valeurs négatives : contours en pointillés entre  $-12.8 \times 10^{-5}$  et  $-2 \times 10^{-5}$  tous les  $1.8 \times 10^{-5}$ , en  $s^{-1}$ . Les zones colorées indiquent la vorticité relative ((a),(c),(e)) ou potentielle ((b),(d),(f)) perturbées, dans la couche supérieure. Valeurs positives : en rouge, entre  $0 \times 10^{-5}$  et  $12.8 \times 10^{-5}$ , en  $s^{-1}$ . Valeurs négatives en bleu, entre  $-12.8 \times 10^{-5}$  et  $0 \times 10^{-5}$ , en  $s^{-1}$ . Panels (c),(e) : les contours en pointillés correspondent à  $-2.1 \times 10^{-6} s^{-1}$  (noir : couche inférieure, bleu : couche supérieure). Les lignes noires sont les isolignes de la fonction de courant de l'écoulement grande échelle (trait épais : centre du jet). Les perturbations initiales sont définies par les méthodes (a,b) 1, (c,d) 2 et (e,f) 3.

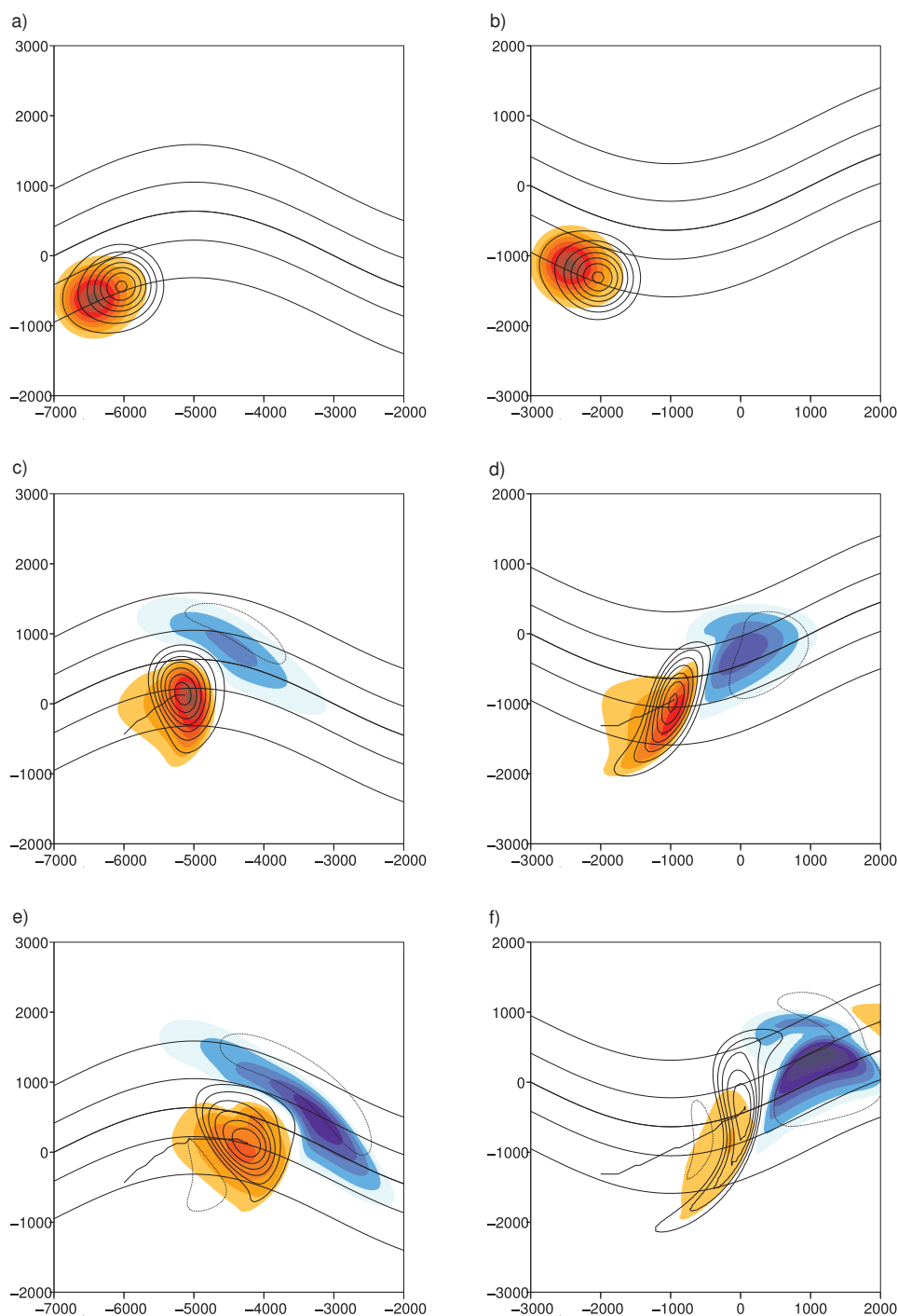


FIGURE 3.18 – Comme figure 3.6 (page 104) mais avec initialisation par la méthode 2.

l'ouest du cyclone demeure plus fort dans la méthode 1 que dans la méthode 3, même à 27 h. Autrement dit, l'influence de la PV initiale (présence initiale de PV négative dans la méthode 1 et pas dans la méthode 3) se fait encore ressentir en surface à 27 h, alors que ce n'est plus le cas en altitude. Cette différence peut s'expliquer par la dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby plus lente en surface qu'en altitude (à cause



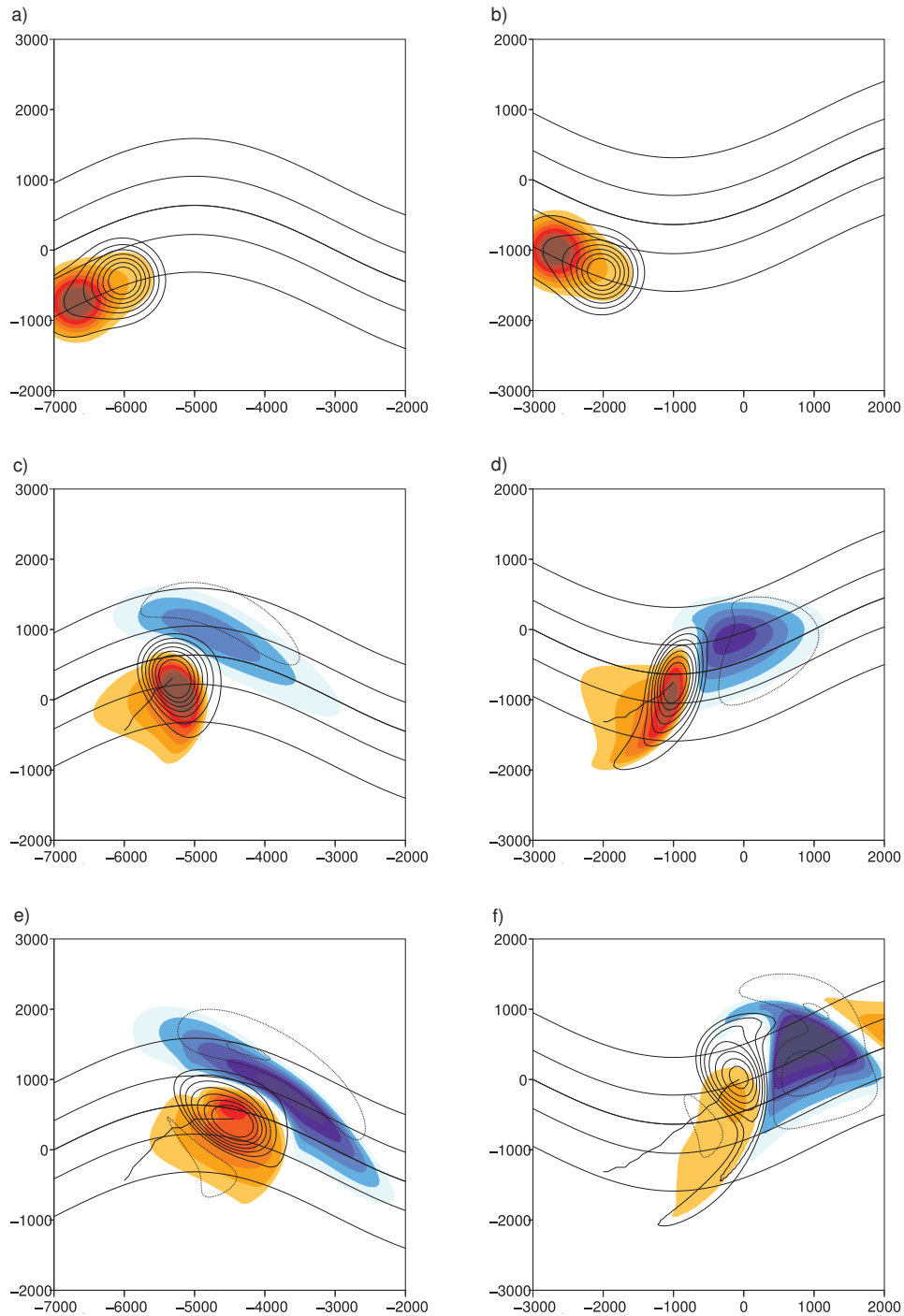


FIGURE 3.19 – Comme figure 3.6 (page 104) mais avec initialisation par la méthode 3.

d'un gradient de PV plus faible en surface qu'en altitude) : l'effet de la dispersion va donc modifier et donc en quelque sorte gommer plus rapidement la configuration initiale d'altitude que celle de surface. On observe en outre que la traversée des cyclones est plus lente pour la méthode 1 que pour la méthode 3 (comparer les figures 3.6e et 3.19e ainsi que les figures 3.6f et 3.19f). Il semble que cette différence ne peut s'expliquer par

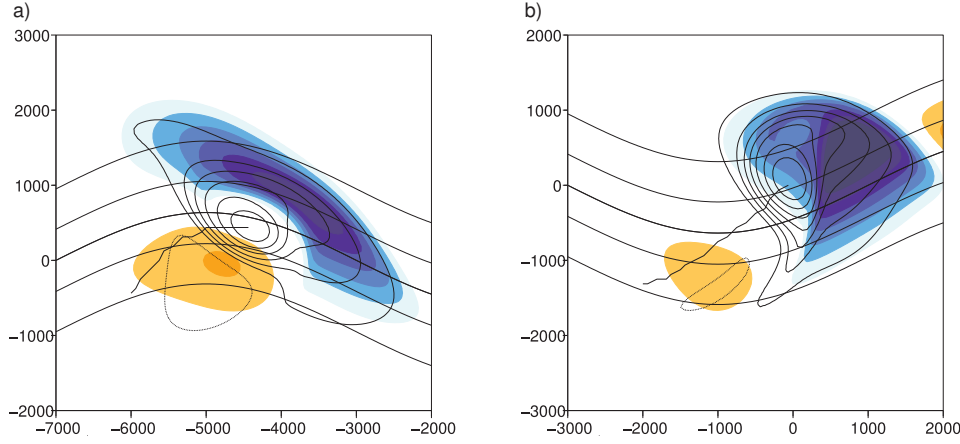


FIGURE 3.20 – Champ de vorticité potentielle perturbée à  $t = 27$  h pour des anomalies initialement localisées dans une région de déformation effective négative (a) et positive (b) et initialisées par la méthode 3. Contours : comme sur la figure 3.7 (page 105).

l'anticyclone d'altitude, mais plutôt par l'anticyclone de surface à l'ouest du cyclone. La figure 3.20 (page 126) montre les champs de PV perturbée à  $t = 27$  h dans le cas de la méthode 3. Ils sont à comparer aux champs de PV perturbée à  $t = 27$  h dans le cas de la méthode 1 des figures 3.7c,d page 105. De manière cohérente avec nos observations en terme de vorticité relative, l'anticyclone de surface à l'ouest du cyclone est, en terme de PV, plus fort pour la méthode 1 que pour la méthode 3, et il tend donc à davantage advecter le cyclone de surface vers le sud, ce qui ralentit sa traversée du courant-jet.

Pour conclure, cette étude complémentaire permet de confirmer la robustesse des résultats obtenus dans l'article II avec la façon d'initialiser, et elle corrobore clairement les mécanismes mis en évidence dans cet article.

### 3.2.4.2 Autre diagnostic de vitesse

Dans l'article II, la vitesse du cyclone de surface correspond à la vitesse perturbée dans la couche inférieure  $\vec{u}'_l(x, y, t)$  évaluée au centre du cyclone de surface. On note ce diagnostic de vitesse  $\vec{v}'(t)$  dans cette section. Une deuxième façon de l'exprimer peut être :

$$\vec{v}'_{traj}(t) = \left( \frac{x_{traj}(t + \Delta t) - x_{traj}(t - \Delta t)}{2\Delta t}, \frac{y_{traj}(t + \Delta t) - y_{traj}(t - \Delta t)}{2\Delta t} \right),$$

où  $\vec{x}_{traj}$  est la trajectoire du cyclone de surface et  $\Delta t = 1.5$  h. La vitesse de traversée du cyclone de surface vers le centre du jet est alors  $v'_{traj,\perp}(t) = \left( -\frac{\vec{v}'_{traj}(t) \cdot \vec{\nabla} \bar{\psi}}{\|\vec{\nabla} \bar{\psi}\|} \right)_{\vec{x}=\vec{x}_{traj}}$ .

C'est le diagnostic de vitesse que l'on a utilisé dans l'article I (on s'est intéressé au diagnostic  $\vec{v}'$  plus tard dans la progression chronologique de la thèse).

La figure 3.21 montre l'évolution dans le temps de la vitesse  $v'_{traj,\perp}$  pour chacun des deux cyclones étudiés dans la première partie de l'article II. Cette figure est à comparer à la figure 3.9a de l'article II (page 108), qui montre l'évolution du diagnostic

$v'_{l,\perp}$ . On observe la même tendance, à savoir que le cyclone de surface le plus étiré a la vitesse de traversée la plus grande (au-delà de 6 h avec le diagnostic  $v'_{traj,\perp}$ ). Par contre, ce diagnostic est plus bruité que  $v'_{l,\perp}$ , ce qui peut s'expliquer par deux effets. D'une part, le pas de temps utilisé pour calculer  $\vec{v}'_{traj}$  est de 1.5 h, soit 50 fois le pas de temps du modèle qui vaut  $\Delta T = 112$  s. D'autre part, la résolution spatiale du modèle ( $\Delta x = \Delta y = 62.5$  km) limite la précision de l'estimation des positions successives du centre du cyclone.

Au-delà des considérations de résolution numérique, il est légitime de se demander lequel de ces deux diagnostics de vitesse est le plus pertinent dans notre étude, étant donné qu'ils ont en fait des significations physiques bien distinctes. En effet, la vitesse  $\vec{v}'_{traj}$  se réfère à la vitesse de phase de l'onde perturbée au sein de laquelle le cyclone de surface représenterait une crête (en terme de vorticité relative perturbée), alors que le diagnostic de vitesse  $\vec{v}'$  correspond, lui, à la vitesse d'advection du cyclone par l'écoulement perturbé. Pour bien comprendre la différence, on peut se placer dans le cas très simplifié d'une atmosphère barotrope au repos. Dans cet écoulement, la vitesse perturbée au centre d'un cyclone axisymétrique est nulle initialement : ce serait la valeur que prendrait le diagnostic  $\vec{v}'(t = 0)$ . Or, l'évolution du cyclone est gouvernée par l'équation (3) de l'article I, qui se r ecrit, dans ce cadre et dans les approximations linéaire et du plan beta, comme  $\partial_t q' = -\beta v'$ . L'effet linéaire  $\beta$  provoque un déplacement du cyclone vers l'ouest (voir section 2.1.1.1). Dit autrement, d'un point de vue ondulatoire, la vitesse de phase de l'onde perturbée solution de cette équation, et supposée du type  $Re[\Psi exp(kx - \omega t)]$ , est égale à  $-\frac{\beta}{k^2} \vec{u}_x$  : c'est à cette vitesse de phase que se rapporte  $\vec{v}'_{traj}$ . On est donc tenté de conclure que le diagnostic  $\vec{v}'_{traj}$  est plus apte à estimer la vitesse du cyclone de surface que le diagnostic  $\vec{v}'$ .

Mais ce serait oublier le fait qu'on s'intéresse à la vitesse du cyclone de surface perpendiculairement aux isolignes de fonction de courant du courant-jet. On considère maintenant le cas plus général d'un cyclone axisymétrique dans un écoulement grande échelle barotrope. Dans l'équation (3) de l'article I qui gouverne son évolution, le terme linéaire  $\vec{u} \cdot \nabla q'$  advecte le cyclone le long des isolignes de la fonction de courant grande échelle, alors que l'autre terme linéaire  $\vec{u}' \cdot \nabla \bar{q}$  provoque une advection du cyclone le long des iso- $\bar{q}$ . Or, dans le cas du courant-jet avec méandres, les iso- $\bar{\psi}$  sont globalement parallèles aux iso- $\bar{q}$ . Par conséquent seul le terme non linéaire  $\vec{u}' \cdot \nabla q'$  induit la croisée des iso- $\bar{\psi}$  par le cyclone : ceci l gitimise l'utilisation du diagnostic  $v'_{l,\perp}$  plutôt que  $v'_{traj,\perp}$  pour estimer la vitesse de traversée du courant-jet par les cyclones dans l'article II.

### 3.2.4.3 Conséquences des mécanismes de déformation sur la traversée

On a montré dans l'article II que le déplacement du cyclone de surface à travers le courant-jet dépend du champ de déformation associé au courant-jet. Il est donc probable que les mécanismes de déformation aient un impact sur l'endroit de traversée, comme cela est le cas dans le cadre barotrope de l'article I. Les figures 3.22a, b correspondent aux figures 13 et 14 de l'article I. La figure 3.22a est l'histogramme de la position zonale  $x_c$  des cyclones de surface au moment de la traversée, et la figure 3.22b représente l'instant de traversée  $t_c$ , l'instant  $t_r$  où le rapport d'aspect du cyclone de surface atteint 1.5 et l'instant  $t_{ac}$  où le minimum du champ de vorticité relative pertur-

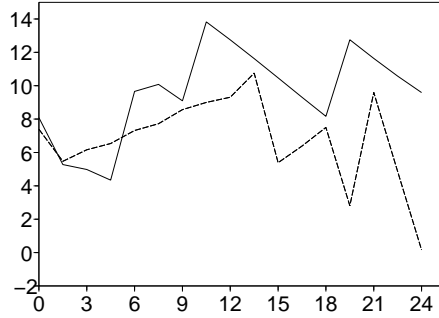


FIGURE 3.21 – Evolution dans le temps (en heures) de la vitesse  $v'_{traj,\perp}$  (en  $\text{m.s}^{-1}$ ) pour des perturbations initialement localisées dans la zone de déformation effective positive (trait plein) et négative (pointillés).

bée en altitude atteint  $-1.3 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$  (soit 85% de l'amplitude initiale du cyclone de surface, en valeur absolue), en fonction de la longitude initiale  $x_0$  du cyclone de surface. Les résultats sont moyennés pour les 6 distances  $d$  du cyclone initial au sud du jet.

Les conclusions sont similaires à celles de l'article I. La figure 3.22a montre une zone préférentielle de traversée localisée dans la partie ouest de la zone où  $\Delta > 0$  au sud du jet, autour de  $x_c = -2000$  km. Notons cependant que ce résultat est beaucoup moins flagrant que dans le cadre barotrope de l'article I, puisque l'histogramme normalisé de la figure 3.22a dépasse à peine le seuil de significativité. La figure 3.22b montre la corrélation entre l'étirement du cyclone de surface, la force de l'anticyclone d'altitude et le temps de traversée. Ce dernier diminue avec  $x_0$  lorsque  $\Delta(x_0) < 0$ . Autrement dit, pour  $x_0$  compris entre  $-7000$  km et  $-3000$  km, les cyclones les plus en amont mettent plus de temps à traverser le jet que ceux localisés plus en aval. On peut imaginer la situation par un « embouteillage » qui finirait par se créer, les cyclones initialisés en amont finissant par rattraper ceux initialisés en aval. C'est cette accumulation qui explique la zone privilégiée de traversée visible sur la figure 3.22a, à l'ouest de la région  $\Delta > 0$ . Elle correspond ainsi à la zone de traversée de cyclones peu étirés, associés à un anticyclone d'altitude ne se renforçant que lentement dans le temps, ce qui implique un effet de  $\beta$ -drift plus faible pour ces cyclones que pour ceux initialisés dans la région  $\Delta > 0$ . Notons qu'on a vu que c'est la position et la forme de l'anticyclone d'altitude, et non pas seulement sa force, qui pilotent le  $\beta$ -drift. Mais comme la force influe sur la position et la forme de l'anticyclone, elle reste un paramètre pertinent dans l'étude de la traversée du jet : la courbe de  $t_{ac}$  (rapidité à laquelle l'anticyclone d'altitude se forme) de la figure 3.22b est donc appropriée.

#### 3.2.4.4 Sensibilité aux paramètres de forme du courant-jet

Les résultats présentés dans l'article II ont été obtenus avec un courant-jet de référence, qu'on appellera jet REFMND, dont les paramètres sont rassemblés dans le tableau 3.1 (page 100). On a modifié certains de ces paramètres afin de vérifier la robustesse de nos résultats. Le paramètre  $\epsilon$ , qui quantifie la distance méridienne entre les crêtes et les creux des méandres (équation (3.8)), a été doublé dans le cas du

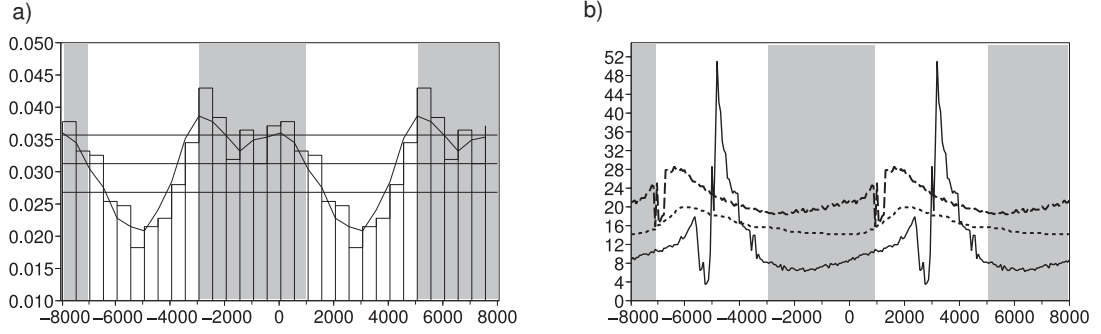


FIGURE 3.22 – (a) Histogramme de la position zonale  $x_c$  des cyclones de surface, à l’instant de traversée. La ligne noire est une courbe de lissage sur trois points. Les traits en pointillés sont associés à une distribution aléatoire : la moyenne (trait du milieu) et la déviation standard additionnée/soustraite à la moyenne. (b) Instant de traversée  $t_c$  (pointillés longs),  $t_r$  (ligne noire pleine) and  $t_{ac}$  (pointillés courts) (en heures), en fonction de la longitude initiale du cyclone de surface  $x_0$  (km). Déformation effective  $\Delta > 0$  à  $x_c$  (au sud du jet) en gris ombré et  $\Delta < 0$  en blanc. Moyenne sur les distances  $d$  du cyclone initial au sud du jet, entre 375 et 1000 km tous les 125 km.

jet A2MND. Les méandres du jet A2MND ont donc une amplitude double de celle des méandres du jet REFMND : on voit sur la figure 3.23a des méandres typiques de  $2\pi K^{-1} = 8000$  km sur l’axe  $x$  et  $4\epsilon = 2550$  km sur l’axe  $y$  (à comparer avec les méandres du jet REFMND sur la figure 3.5a page 102). Pour le jet A2L05MND,  $\epsilon$  a été également doublé mais on a divisé par 2 le paramètre  $\alpha$ , qui est lié à la décroissance méridienne de la vitesse zonale (équation (3.8)). Le jet A2L05MND a donc des méandres d’amplitude double par rapport au jet REFMND (figure 3.24a à comparer avec la figure 3.5a associée au jet REFMND), ainsi qu’un champ de vitesses qui décroît deux fois moins vite avec  $y$  quand on s’éloigne de l’axe du jet (figure 3.25c à comparer avec la figure 3.4a page 101 associée au jet REFMND).

On a vu que les paramètres de l’écoulement grande échelle qui jouent un rôle dans la trajectoire des cyclones sont le champ du gradient de PV et le champ de déformation effective. Dans un premier temps, on va donc comparer ces champs pour les jets REFMND, A2MND et A2L05MND (le tableau 3.2 résume l’étude comparative menée dans le paragraphe qui suit).

Les figures 3.25b,d montrent le profil méridien (en  $x = 1000$  km) du gradient méridien de PV dans chacune des couches, pour les jets A2MND et A2L05MND respectivement. Le gradient méridien de PV d’altitude est plus fort pour le jet A2MND que pour le jet REFMND (comparer la figure 3.25b avec la figure 3.4b page 101), et moins fort pour le jet A2L05MND que pour le jet REFMND (comparer la figure 3.25d avec la figure 3.4b page 101). Le gradient de PV en surface est plus négatif pour le jet A2L05MND que pour les jets REFMND et A2MND. Notons que le jet A2L05MND est moins confiné méridionalement que le jet REFMND, donc le gradient méridien de vorticité relative  $-\partial_y^2 \bar{u}$  est moins positif pour le jet A2L05MND que pour le jet REFMND. Cela explique le gradient méridien de PV plus faible pour le jet A2L05MND que pour le jet REFMND, dans chacune des couches.

Les champs de déformation cinématique des jets A2MND et A2L05MND dans la couche inférieure sont représentés sur les figures 3.23 et 3.24. Notons que dans chaque

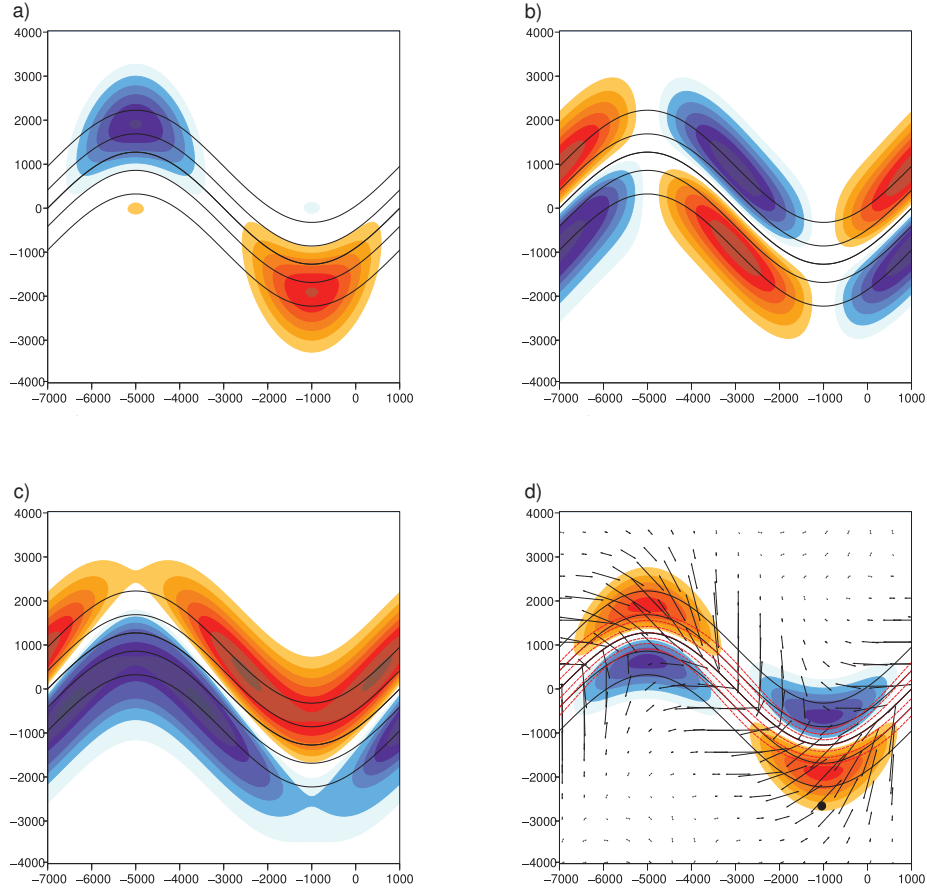


FIGURE 3.23 – Comme Fig. 3.5, pour le jet A2MND. Point noir : position initiale du cyclone de surface, en  $x_0 = -1000$  km à une distance  $d = 1375$  km au sud du jet.

figure, les différents champs, à savoir le cisaillement  $\overline{\sigma}_s$ , l'étirement  $\overline{\sigma}_n$ , la vorticité relative  $\overline{\zeta}$  et la déformation effective  $\Delta$  sont présentés, par souci de cohérence, dans le même ordre que sur la figure 3.5 de l'article II (page 102) associée au jet REFMND.

La figure 3.23d montre que le champ de déformation effective du jet A2MND est deux fois plus fort que celui du jet REFMND (figure 3.5d) :  $\Delta$  atteint  $9.4 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  pour le jet A2MND contre  $4.7 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  pour le jet REFMND). Le champ  $\Delta$  associé au jet A2L05MND est lui du même ordre de grandeur que celui du jet REFMND, mais plus délocalisé (comparer les figures 3.24d et 3.5d). De plus, on remarque que dans la région  $\Delta < 0$  au sud du jet A2L05MND (vers  $x = -5000$  km et  $y = 0$  km), les axes de dilatation  $\mathbf{S}^+$  ont une inclinaison quasi orthogonale à celle des axes de dilatation des jets REFMND et A2MND dans la même région : ils sont globalement inclinés dans la direction nord-ouest/sud-est pour le jet A2L05MND alors que pour les jets REFMND et A2MND, ils sont plutôt selon la direction nord-est/sud-ouest. On peut l'expliquer à partir du résultat de la section 2.3.2. L'orientation des axes de dilatation dépend en effet directement de la valeur de l'angle entre les composantes de cisaillement  $\overline{\sigma}_s$  et d'étirement  $\overline{\sigma}_n$ , et donc de leur signe. Or, dans la région  $\Delta < 0$  au sud du jet,  $\overline{\sigma}_s > 0$  pour les jets REFMND et A2MND (figures 3.5a et 3.23a), alors que  $\overline{\sigma}_s < 0$  pour le

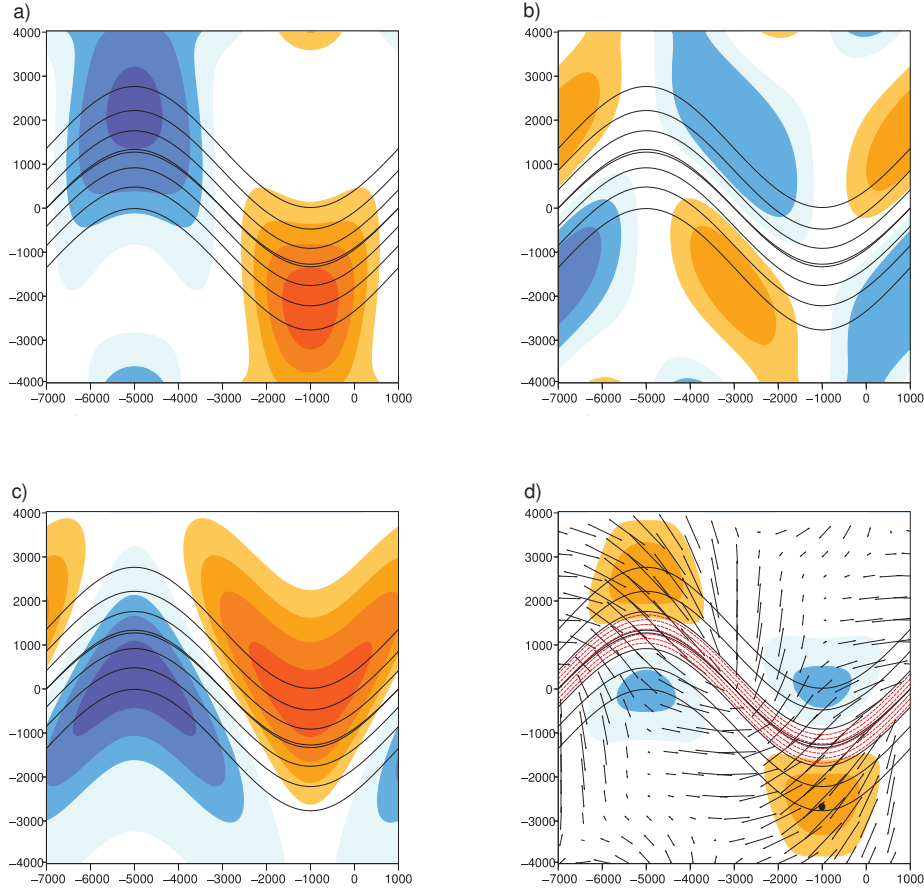


FIGURE 3.24 – Comme Fig. 3.5, pour le jet A2L05MND. Point noir : position initiale du cyclone de surface, en  $x_0 = -1000$  km à une distance  $d = 1375$  km au sud du jet.

jet A2L05MND (figure 3.24a),  $\overline{\sigma}_n$  ayant le même signe (négatif à l'ouest de la zone et positif à l'est) dans les trois cas (figures 3.5b, 3.23b et 3.24b). Le changement de signe de  $\overline{\sigma}_s$  explique donc l'orientation différente des axes de dilatation dans la région  $\Delta < 0$  au sud du jet A2L05MND, par rapport aux jets REFMND et A2MND. Cela engendre une forte rotation des axes de dilatation lors du passage d'une région  $\Delta < 0$  à une région  $\Delta > 0$  dans le cas du jet A2L05MND. On n'observe pas de telle rotation dans les écoulements grande échelle réels, mais la configuration du jet A2L05MND permet de confirmer la robustesse des résultats obtenus avec des courants-jets plus réalistes, comme les jets REFMND et A2MND.

Les résultats présentés dans le cadre des courant-jets A2MND et A2L05MND sont obtenus avec des résolutions spatiales et temporelle de  $\Delta x = \Delta y = 125$  km et  $\Delta T = 225$  s. La résolution est deux fois plus faible que celle utilisée pour obtenir les résultats présentés dans l'article II. La taille de domaine est encore égale à  $L_x = 16000$  km sur  $L_y = 8000$  km.

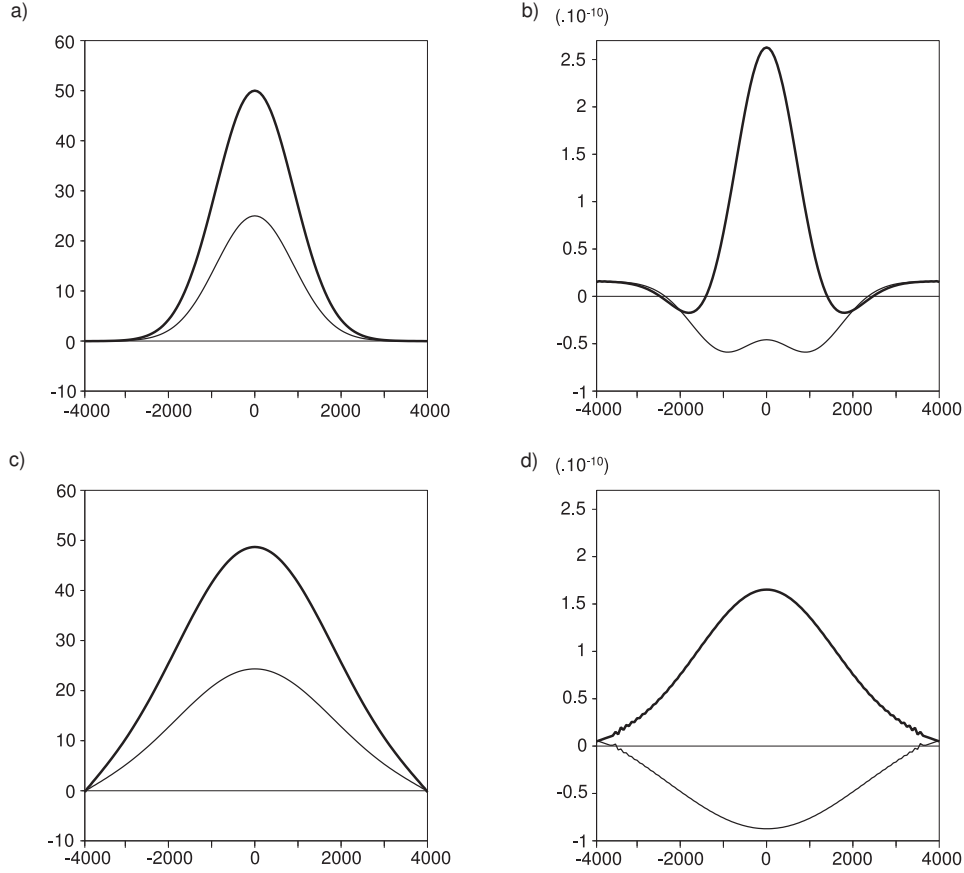


FIGURE 3.25 – (a), (c) Vitesse zonale associée à l'écoulement de base (en  $\text{m.s}^{-1}$ ), pour  $x = 1000$  km. (b), (d) Gradient méridional de la vorticité potentielle de l'écoulement de base (en  $\text{m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ), pour  $x = 1000$  km. Abscisse : latitude ( $y$ , en km). Epais : couche supérieure, fin : couche inférieure. (a), (b) : jet A2MND, (c), (d) : jet A2L05MND.

	REFMND	A2MND	A2L05MND
$\partial_y PV_u$	=	+	-
$\partial_y PV_l$	=	=	-
$\Delta$	=	+	= mais délocalisé

TABLE 3.2 – Comparaison des jets REFMND, A2MND et A2L05MND.

### Comparaison de l'évolution d'un cyclone initialisé dans une région où $\Delta > 0$ , dans les jets REFMND, A2MND et A2L05MND

On initialise le modèle avec un cyclone (voir la définition de l'équation (3.6)) initialement dans la région de déformation effective  $\Delta > 0$ , en  $x_0 = -1000$  km à une distance  $d = 1375$  km au sud du jet, dans chacun des trois jets. La position initiale du cyclone est représentée par un point noir sur les figures 3.23d et 3.24d pour les jets A2MND et A2L05MND. La figure 3.26 montre le champ de vorticité relative perturbée à  $t = 15$  h pour chacune des trois simulations. On remarque qu'à  $t = 15$  h, le cyclone de surface est plus étiré dans le cas du jet A2L05MND que dans le cas du jet A2MND,



et que le cyclone de surface du jet A2MND est lui-même plus étiré que celui du jet REFMND. On peut interpréter cette observation grâce aux figures 3.27a,b, qui montrent l'évolution temporelle de la valeur du champ de déformation effective au centre du cyclone de surface et celle de son rapport d'aspect, pour chacun des trois cas. Pendant les 9 premières heures, le cyclone du jet A2L05MND est dans un environnement de  $\Delta$  plus fort que celui du jet A2MND (figure 3.27a) : le cyclone du jet A2L05MND est donc plus étiré. Puis après 9 h, le cyclone du jet A2MND évolue dans un environnement de  $\Delta$  plus fort, et il finit donc par s'étirer plus que le cyclone du jet A2L05MND (visible sur la figure 3.27b après 21 h). Le cyclone du jet REFMND évolue d'abord dans un environnement de  $\Delta$  plus faible que les autres, d'où son étirement moindre, puis à partir de 15h,  $\Delta$  devient plus fort que pour le jet A2L05MND : cela conduit à une quasi-égalisation des rapports d'aspect des cyclones des jets REFMND et A2L05MND vers 27 h (figure 3.27b).

On voit aussi sur la figure 3.26 que l'anticyclone d'altitude est plus fort dans le cas du jet A2MND que dans le cas du jet A2L05MND, et que celui du jet A2L05MND est lui-même plus fort que celui du jet REFMND. La tendance se vérifie dans le temps, comme le montre la figure 3.27c qui donne l'évolution temporelle du minimum de la vorticité relative perturbée en altitude (en valeur absolue). On peut l'expliquer à l'aide du gradient de PV grande échelle d'altitude et de l'étirement du cyclone de surface, qui sont les deux paramètres qui gouvernent la dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby en altitude. En effet, si l'on compare le cas des jets REFMND et A2MND, le cyclone du jet A2MND est plus étiré et le gradient de PV en altitude est plus fort, ces deux arguments allant dans le sens d'un anticyclone d'altitude plus fort pour le jet A2MND que pour le jet REFMND. Si l'on compare maintenant le cas des jets A2MND et A2L05MND, le gradient de PV en altitude est plus fort pour le jet A2MND, d'où un anticyclone d'altitude plus fort. Notons que le fait que le cyclone du jet A2L05MND soit plus étiré que celui du jet A2MND ne semble pas être suffisant pour « compenser » l'effet du gradient de PV d'altitude (plus fort dans le jet A2MND que dans le jet A2L05MND). Enfin, si l'on compare le cas des jets REFMND et A2L05MND, le gradient de PV en altitude est plus fort pour le jet REFMND et pourtant, l'anticyclone du jet A2L05MND est plus fort : c'est l'étirement plus grand du cyclone du jet A2L05MND qui semble donc être à l'origine de l'anticyclone plus fort dans le jet A2L05MND que dans le jet REFMND.

Notons que la figure 3.26 montre que l'anticyclone de surface à l'ouest du cyclone est plus fort dans le cas du jet A2L05MND que dans les deux autres cas. On observe en effet une zone de vorticité relative négative vers  $x = -750$  km et  $y = -3000$  km sur la figure 3.26c, absente sur les figures 3.26a,b, et cela a été vérifié pour d'autres instants (non montré). Le gradient de PV de surface est en effet plus fort (en valeur absolue) et le cyclone est plus étiré que dans les autres cas, d'où une dispersion d'énergie plus efficace en surface dans le jet A2L05MND que dans les deux autres jets.

Enfin, on voit sur la figure 3.26 qu'à  $t = 15$  h, le cyclone de surface est plus près du centre du jet dans le cas du jet A2L05MND que dans les deux autres cas. Cette observation est confirmée par la figure 3.27d qui montre l'évolution temporelle de la distance du cyclone de surface au centre du jet. Cela ne peut s'interpréter en considérant uniquement la force de l'anticyclone d'altitude, puisqu'il est le plus fort dans le cas du

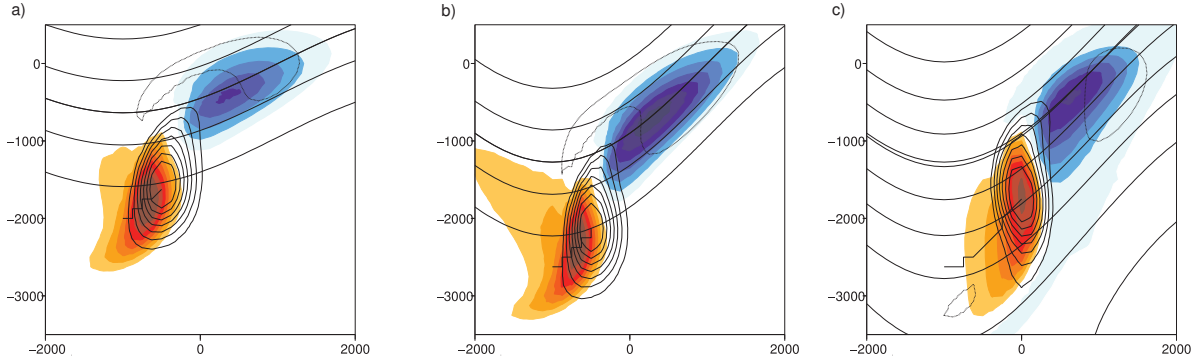


FIGURE 3.26 – Champs de vorticité relative perturbée à  $t = 15$  h, pour un cyclone initialisé dans la région de déformation effective positive, en  $x_0 = -1000$  km à une distance  $d = 1375$  km au sud du jet, dans le jet (a) 1, (b) 2 et (c) 3. Les contours noirs indiquent le champ de vorticité relative perturbée dans la couche inférieure (valeurs positives en lignes pleines entre  $2 \times 10^{-5}$  et  $12.8 \times 10^{-5}$  tous les  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , valeurs négatives en pointillés entre  $-12.8 \times 10^{-5}$  et  $-2 \times 10^{-5}$  tous les  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ). Les couleurs indiquent le champ de vorticité relative perturbée dans la couche inférieure (valeurs positives en rouge entre  $2 \times 10^{-5}$  et  $12.8 \times 10^{-5}$  tous les  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , valeurs négatives en bleu entre  $-12.8 \times 10^{-5}$  et  $-2 \times 10^{-5}$  tous les  $1.8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ). Trait épais : trajectoire du cyclone de surface. Contours noirs : isolignes de la fonction de courant du jet dans la couche inférieure, entre  $-3 \times 10^7$  et  $3 \times 10^7$  tous les  $1 \times 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  (ligne épaisse : centre du jet).

jet A2MND et non dans celui du jet A2L05MND. Par contre, on remarque sur la figure 3.26 qu'il est positionné de façon plus favorable (en terme de traversée du jet par le cyclone de surface) pour le jet A2L05MND que pour le jet A2MND : les isolignes de l'anticyclone d'altitude dans le jet A2L05MND sont en effet davantage dirigées orthogonalement aux isolignes de la fonction de courant du jet. Nous n'avons pas pu donner d'explication pour le moment.

Pour conclure, cette étude complémentaire a permis de confirmer le rôle joué par la déformation et le gradient de PV dans la formation de l'anticyclone d'altitude, et la façon dont sa force, et surtout sa position et sa forme ici, influent sur la vitesse de traversée du jet par le cyclone de surface.

### Résultats des études menées dans l'article II, mais avec les jets A2MND et A2L05MND

Dans le cas des jets A2MND et A2L05MND, la comparaison de deux cyclones initialisés dans les régions de déformation effective  $\Delta < 0$  et  $\Delta > 0$  donne des résultats similaires à ceux obtenus dans la section 3.2.2.3.b de l'article II dans le cas du jet REFMND (non montré). Il en est de même pour l'étude statistique de la section 3.2.2.3.c de l'article II (non montré).

### Histogrammes de traversée dans le cas des jets A2MND et A2L05MND

On a vu dans le cas du jet REFMND que les mécanismes de déformation aboutissent à une zone préférentielle de traversée du courant-jet par les cyclones de surface dans la partie ouest de la zone où  $\Delta > 0$  au sud du jet (figure 3.22a), et on a fait le lien avec l'étirement des cyclones et l'anticyclone d'altitude associé (figure 3.22b). La figure 3.28 montre les résultats obtenus dans le cas des jets A2MND et A2L05MND, pour des

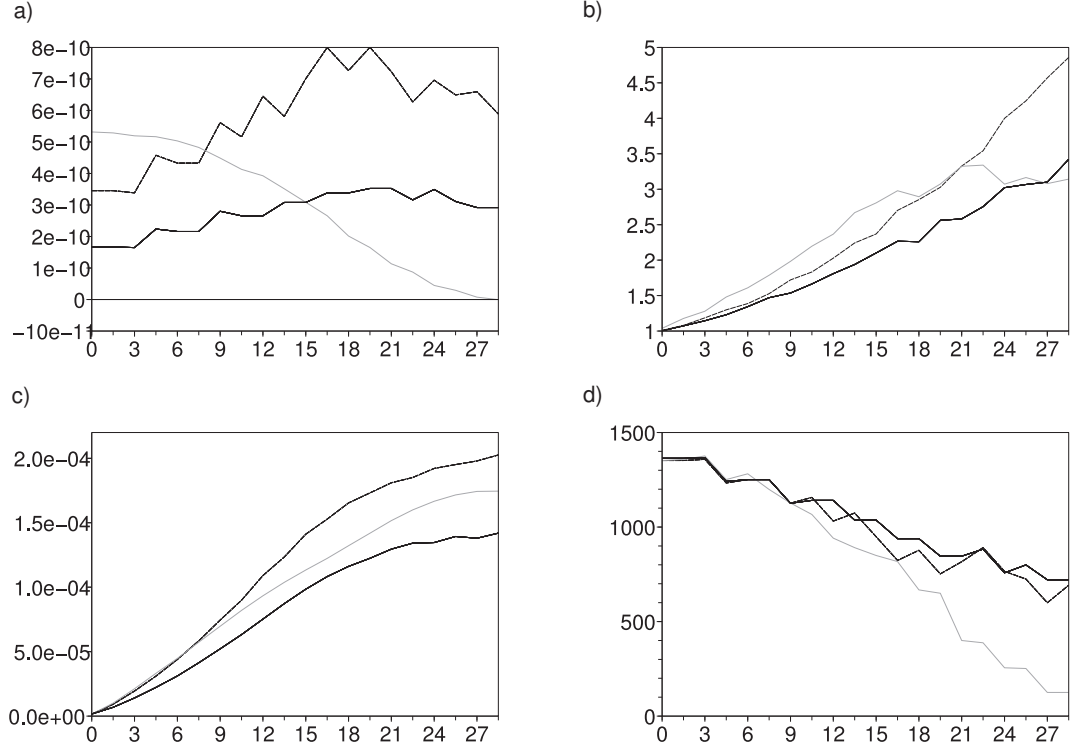


FIGURE 3.27 – Evolution dans le temps (en h) (a) de la valeur du champ de déformation effective au centre du cyclone de surface (en  $s^{-2}$ ), (b) du rapport d'aspect du cyclone de surface, (c) du minimum de la vorticité relative perturbée en altitude (en valeur absolue, en  $s^{-1}$ ) et (d) de la distance du cyclone de surface au centre du jet (en km). Pour un cyclone initialisé en  $x_0 = -1000$  km à une distance  $d = 1375$  km au sud du jet, dans le jet REFMND (ligne pleine), le jet A2MND (pointillés) et le jet A2L05MND (gris).

cyclones initialement à la distance  $d = 1125$  km au sud du jet. On observe l'existence de deux zones privilégiées de traversée dans la région où  $\Delta > 0$  au sud du jet. La première se situe dans la partie ouest de la zone où  $\Delta > 0$  au sud du jet, et correspond donc à celle identifiée dans le cas du jet REFMND, alors que la seconde se situe plus à l'est que la première, près de la zone du jet de longitude  $x_c = 1000$  km (figures 3.28a,b). Notons que cette seconde zone semble plus proche de  $x_c = 1000$  km dans le cas du jet A2MND que dans celui du jet A2L05MND. Cette zone de longitude  $x_c = 1000$  km est telle que  $\Delta(x_c)$  prend, au sud du jet, des valeurs positives en amont de cette zone et négatives en aval : elle correspond à un point selle du champ de déformation effective de l'écoulement grande échelle, tel qu'il a été défini dans la section 2.4.4.

Les figures 3.28c,d permettent de relier la position de traversée  $x_c$  à la position initiale  $x_0$  des cyclones de surface. On lit que le premier pic correspond aux cyclones initialisés entre  $x_0 = -6000$  km et  $x_0 = -4000$  km, c'est-à-dire dans la région où  $\Delta < 0$ , alors que le second est associé aux cyclones initialisés entre  $x_0 = -4000$  km et  $x_0 = 0$  km, donc plutôt dans la région  $\Delta > 0$  et légèrement en amont de cette zone. Sur les figures 3.28e,f, on voit que sur ces deux intervalles de  $x_0$ , le temps de traversée  $t_c$  diminue avec  $x_0$ , ainsi que les temps  $t_r$  (rapidité d'étirement) et  $t_{ac}$  (rapidité de formation de l'anticyclone d'altitude). La première zone privilégiée est donc due à des

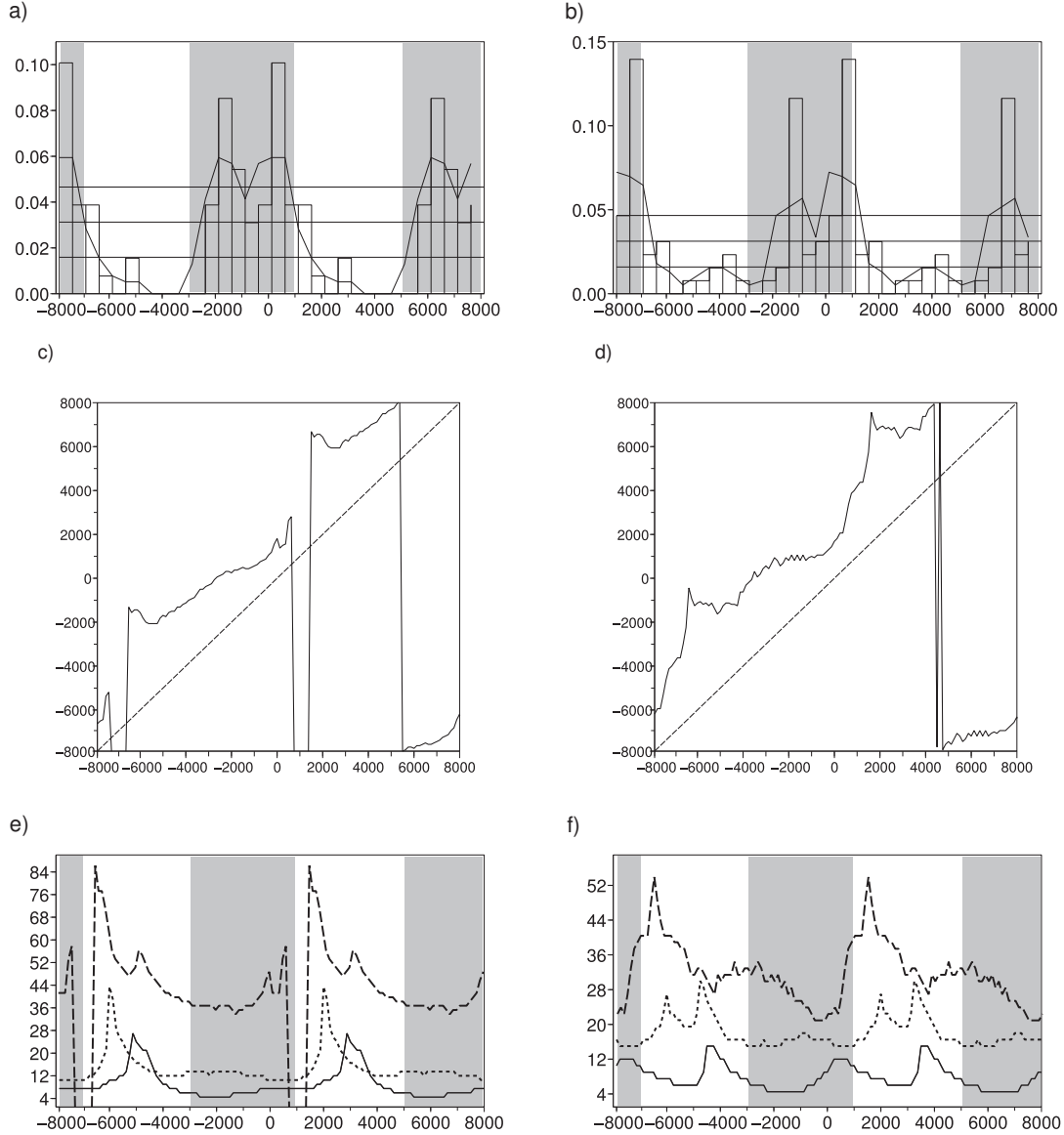


FIGURE 3.28 – (a),(b) Histogramme de la position zonale  $x_c$  des cyclones de surface, à l'instant de traversée. La ligne noire est une courbe de lissage sur trois points. Les traits en pointillés sont associés à une distribution aléatoire : la moyenne (trait du milieu) et la déviation standard additionnée/soustraite à la moyenne. (c),(d) : Position zonale  $x_c$  des cyclones de surface à l'instant de traversée en fonction de leur position zonale initiale  $x_0$ . (e),(f) Instant de traversée  $t_c$  (pointillés longs),  $t_r$  (ligne noire pleine) and  $t_{ac}$  (pointillés courts) (en heures), en fonction de la longitude initiale du cyclone de surface  $x_0$  (km). Déformation effective  $\Delta > 0$  à  $x_c$  (au sud du jet) en gris ombré et  $\Delta < 0$  en blanc. Cyclone initial à la distance  $d = 1125$  km au sud du jet. (a),(c),(e) : jet A2MND, (b),(d),(f) : jet A2L05MND.

cyclone s'étirant de plus en plus vite avec  $x_0$  dans la région  $\Delta < 0$ , cet étirement étant associé à un anticyclone d'altitude se formant de plus en plus rapidement, et donc à une traversée de plus en plus rapide. Cela provoque une accumulation de ces cyclones à la traversée, dans la première moitié de la région  $\Delta > 0$ . La seconde zone privilégiée de traversée au niveau du point selle du champ de déformation effective est le résultat d'un mécanisme similaire, pour les cyclones initialisés dans la région  $\Delta > 0$  et légèrement

en amont de cette zone, et s'accumulant à la sortie de la région  $\Delta > 0$ .

La deuxième zone privilégiée de traversée au point selle du champ de déformation effective nécessite une étude plus approfondie, notamment en terme de robustesse du résultat. Il reste notamment à comprendre pourquoi elle n'apparaît pas dans le cas barotrope ou dans la configuration du jet barocline REFMND. Reproduire cette zone de traversée était l'un des objectifs de la thèse, dans la mesure où elle a été observée dans les cas réels étudiés par Rivière et Joly (2006a,b) (figure 1.14), ainsi que pour la tempête Xynthia (figure 3.33a). On a finalement réussi à la reproduire en travaillant avec le jet A2L05MND, mais comme nous l'avons dit, certains points restent à éclaircir.

### 3.3 Relation entre la trajectoire et le bilan énergétique des perturbations cycloniques de surface

L'un des objectifs de mon travail de thèse était de comprendre la phase de régénération des cyclones de surface à la traversée du courant-jet, comme ce fut notamment le cas lors de la POI17 (figure 1.14 page 37). Dans cette optique, nous avons adopté une approche énergétique, telle qu'elle a été introduite par Cai et Mak (1990). Ce type d'approche a notamment été appliqué au cas réel de la POI17 par Rivière et Joly (2006a) et dans le cadre idéalisé d'un modèle à deux couches avec un courant-jet zonal par Gilet et al. (2009). Dans cette section, nous expliciterons tout d'abord les aspects essentiels de l'analyse énergétique dans un cadre général, puis dans le cas particulier du modèle à deux couches. Puis nous présenterons les résultats obtenus dans le contexte idéalisé de notre étude et que nous confronterons au cas réel de la POI17.

#### 3.3.1 Equations du bilan énergétique

Dans cette section, nous allons présenter de façon plus complète le bilan énergétique évoqué dans la section 1.3.4, où l'écoulement grande échelle était supposé du type  $\vec{u} = \bar{u}(y, z)\vec{i}$ . On ne fait ici aucune restriction sur l'écoulement grande échelle. On se focalisera ensuite sur le cas du modèle à deux couches, utilisé dans notre étude.

##### 3.3.1.1 Equations d'évolution des énergies cinétique et potentielle perturbées

L'écoulement horizontal associé à l'environnement grande échelle s'écrit  $\vec{u} = \vec{u}_g + \vec{u}_a$ , somme des vents géostrophique (horizontal par définition) et agéostrophique horizontal. Le vent agéostrophique vertical est associé à  $\bar{\omega}$ . L'écoulement horizontal perturbé s'écrit de même  $\vec{u}' = \vec{u}'_g + \vec{u}'_a$  et  $\omega'$  désigne le vent perturbé agéostrophique vertical. A la composante géostrophique du vent perturbé est associé le géopotiel  $\phi'$  par la relation  $\vec{u}'_g = \frac{1}{f_0} \vec{k} \wedge \vec{\nabla} \phi'$ , tandis que la composante agéostrophique horizontale du vent perturbé peut être décomposée comme  $\vec{u}'_a = \frac{1}{f_0} \vec{k} \wedge \vec{\nabla} P'_a + \vec{\nabla} \chi'$ , où  $P'_a$  et  $\chi'$  sont deux champs

scalaires associés respectivement à sa partie non-divergente et à sa partie irrotationnelle.

En appliquant l'équation (1.1) à l'environnement puis à l'écoulement total et en faisant la différence, on obtient :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_g \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{u}'_g + \left(\vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{u}'_g + \left(\vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{u}_g = \vec{\nabla} P'_a - f_0 \vec{k} \wedge \vec{\nabla} \chi' + \beta y \vec{\nabla} \psi'. \quad (3.16)$$

En procédant de la même façon, l'équation (1.3) devient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u}'_a + \frac{\partial \omega'}{\partial p} = 0 \quad \text{soit} \quad \Delta \chi' + \frac{\partial \omega'}{\partial p} = 0. \quad (3.17)$$

Si on approxime l'énergie cinétique locale perturbée par  $K' = \frac{1}{2} (u'^2_g + v'^2_g)$ , on obtient, en multipliant l'équation (3.16) par  $\vec{u}'_g$  et en utilisant l'équation (3.17) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_g \cdot \vec{\nabla}\right) K' &= - \vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla} K' - \vec{u}'_g \cdot \left(\vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{u}_g - \vec{\nabla} \cdot \left(P'_a \vec{u}'_g\right) \\ &\quad - \vec{\nabla} \cdot \left(f_0 \psi' \vec{\nabla} \chi'\right) - f_0 \psi' \frac{\partial \omega'}{\partial p} \\ &= - \vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla} K' + \vec{E}' \cdot \vec{D} - \vec{\nabla} \cdot \left(P'_a \vec{u}'_g\right) - \vec{\nabla} \cdot \left(f_0 \psi' \vec{\nabla} \chi'\right) \\ &\quad - f_0 \frac{\partial (\omega' \psi')}{\partial p} - F'_3 \bar{T}_3, \end{aligned} \quad (3.18)$$

où  $\vec{\nabla}$  est un opérateur de divergence horizontale, à pression constante, et où  $\vec{E}'$  et  $\vec{D}$  sont définis par :

$$\vec{E}' = \left(\frac{1}{2} (v'^2_g - u'^2_g), -u'_g v'_g\right), \quad (3.19)$$

$$\vec{D} = \left(\frac{\partial \bar{u}_g}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}_g}{\partial y}, \frac{\partial \bar{v}_g}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}_g}{\partial y}\right) = (\bar{\sigma}_n, \bar{\sigma}_s). \quad (3.20)$$

L'équation (1.4) peut se réécrire, en utilisant l'équation (1.2) comme :

$$\frac{D_g}{Dt} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p}\right) + \sigma \omega = 0. \quad (3.21)$$

En appliquant l'équation (3.21) à l'environnement puis à l'écoulement total et en faisant la différence, on obtient :

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial \phi'}{\partial p}\right)}{\partial t} + \vec{u}_g \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial p}\right) + \vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial p}\right) + \vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p}\right) = -\sigma \omega'. \quad (3.22)$$

Si on écrit l'énergie potentielle locale perturbée comme  $P' = \frac{1}{2\sigma} (\partial_p \phi')^2$  (voir section 1.3.4), on obtient, en multipliant Eq.(3.22) par  $\frac{1}{\sigma} (\partial_p \phi')$  :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_g \cdot \vec{\nabla}\right) P' = -\vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla} P' + \vec{F}'_h \cdot \vec{T}_h + F'_3 \bar{T}_3. \quad (3.23)$$

Les vecteurs  $\vec{F}'$  et  $\vec{T}$  intervenant dans les équations (3.18) et (3.23) sont définis comme :

$$\vec{F}' = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \frac{\partial \phi'}{\partial p} (u'_g, v'_g, \sqrt{\sigma} \omega'), \quad (3.24)$$

$$\vec{T} = \left( -\frac{f_0}{\sqrt{\sigma}} \frac{\partial \bar{v}_g}{\partial p}, \frac{f_0}{\sqrt{\sigma}} \frac{\partial \bar{u}_g}{\partial p}, -1 \right). \quad (3.25)$$

Les équations (3.18) et (3.23) correspondent à l'équation (11) de Cai et Mak (1990) et sont la généralisation des équations (1.16) et (1.17) de la section 1.3.4. Le terme  $\vec{E}' \cdot \vec{D}$  de l'équation (3.18) est le taux d'extraction barotrope : l'énergie cinétique de l'état de base est convertie en énergie cinétique perturbée (le cisaillement horizontal de vent de l'écoulement de base, qui définit  $\vec{D}$ , est une réserve d'énergie cinétique). Le terme  $\vec{F}'_h \cdot \vec{T}_h$  de l'équation (3.23) est le taux d'extraction barocline, puisqu'il permet à la perturbation d'extraire de l'énergie à l'écoulement de base de façon barocline : le caractère barocline de l'écoulement de base, exprimé dans  $\vec{T}_h$ , en fait une réserve d'énergie potentielle qui est convertie en énergie potentielle perturbée. Le terme  $-F'_3 \bar{T}_3$  représente le taux de conversion d'énergie potentielle perturbée en énergie cinétique perturbée : c'est le terme de conversion interne. On note  $C_K$  la conversion barotrope,  $C_B$  la conversion barocline et  $C_I$  la conversion interne.

Les autres termes sont des termes de redistribution d'énergie. D'abord les termes d'advection  $\vec{u}_g \cdot \vec{\nabla} K'$  et  $\vec{u}_g \cdot \vec{\nabla} P'$  représentent respectivement les termes de redistribution horizontale des énergies cinétique et potentielle perturbées par l'advection de l'écoulement de base. De même, les termes d'advection non linéaire  $\vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla} K'$  et  $\vec{u}'_g \cdot \vec{\nabla} P'$  sont des termes de redistribution horizontale des énergies cinétique et potentielle perturbées par l'advection de l'écoulement perturbé. Les termes  $-\vec{\nabla} \cdot (P'_a \vec{u}'_g)$  et  $-\vec{\nabla} \cdot (f_0 \psi' \vec{\nabla} \chi')$  correspondent à une redistribution de l'énergie cinétique perturbée par le vent perturbé horizontal agéostrophique. Enfin, le terme  $-f_0 \partial_p (\omega' \psi')$  est un terme de redistribution verticale. Il sera noté  $C_V$  dans la suite.

### 3.3.1.2 La conversion barotrope

Pour plus de lisibilité, les indices  $( )_g$  associés à la vitesse perturbée horizontale géostrophique sont enlevés. On décompose le vecteur vitesse de la perturbation en sa norme  $\rho'$  et son angle  $\theta'$  par rapport à  $\vec{i}$ , c'est-à-dire  $\vec{u}' = \rho' (\cos \theta', \sin \theta')$ . En utilisant les angles  $\bar{\phi}$  et  $\theta'$ , on peut réécrire  $\vec{D} = \bar{\sigma} (\cos (\frac{\pi}{2} - 2\bar{\phi}), \sin (\frac{\pi}{2} - 2\bar{\phi}))$  et  $\vec{E}' = \frac{\rho'^2}{2} (\cos (\pi + 2\theta'), \sin (\pi + 2\theta'))$ . La figure 3.29 représente les vecteurs  $\vec{D}$  et  $\vec{E}'$  et les angles associés.

Le terme d'extraction barotrope s'écrit alors :

$$C_K = \frac{\rho'^2}{2} \bar{\sigma} \cos \left( \frac{\pi}{2} + 2\theta' + 2\bar{\phi} \right) \quad (3.26)$$

Pour qu'il y ait croissance de la perturbation, il faut donc que l'angle  $\frac{\pi}{2} + 2\theta' + 2\bar{\phi}$ , qui est l'angle entre  $\vec{E}'$  et  $\vec{D}$ , soit compris entre  $-\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{2}$ . Dit autrement, il faut que l'angle

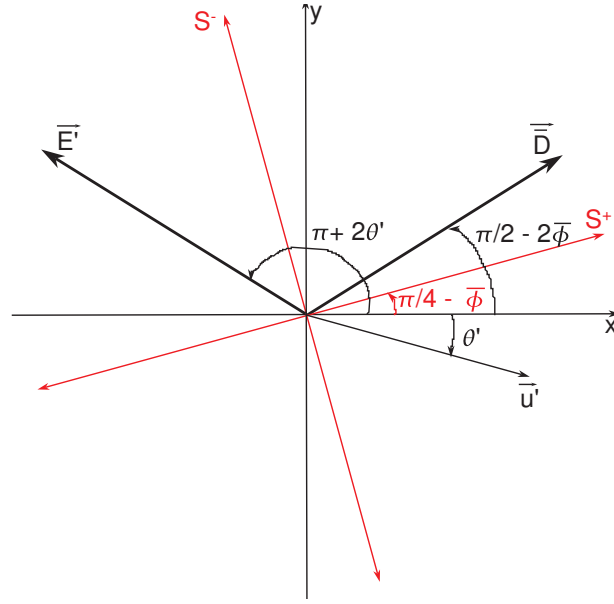


FIGURE 3.29 – Représentation des vecteurs  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$  et angles associés.

$\theta' - (-\frac{\pi}{4} - \bar{\phi})$  soit compris entre  $-\frac{\pi}{4}$  et  $\frac{\pi}{4}$ , cet angle correspondant à l'inclinaison entre la perturbation et l'axe de compression  $\mathbf{S}^-$ . L'extraction est maximale quand cet angle est nul, c'est-à-dire quand la perturbation est le long de  $\mathbf{S}^-$ .

Dans le cas d'un écoulement zonal tel que  $\partial_y \bar{u} > 0$ , on a  $\bar{\sigma}_s > 0$  et  $\bar{\sigma}_n = 0$  donc  $\bar{\phi} = 0$ . L'axe  $\mathbf{S}^-$  est incliné à  $-\frac{\pi}{4}$  par rapport à Ox, et il y a croissance de la perturbation si les isolignes de la perturbation sont inclinées entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\pi$ . On retrouve donc la condition classique pour la croissance des perturbations : l'inclinaison des isolignes de la perturbation doit être opposée à celle du cisaillement (voir l'étude de l'instabilité barotrope de Farrell, 1987, par exemple).

### 3.3.1.3 La conversion barocline

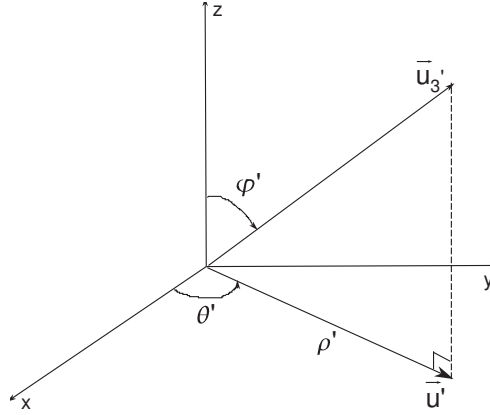
On introduit le vecteur  $\vec{u}_3 \equiv (u', v', -\frac{1}{\sqrt{\sigma}} \partial_p \phi')$ . En le décomposant dans les coordonnées sphériques, il s'écrit :

$$\vec{u}_3 = \|\vec{u}_3\| (\cos \theta' \sin \varphi', \sin \theta' \sin \varphi', \cos \varphi'). \quad (3.27)$$

La figure 3.30 résume les différentes définitions. On définit aussi le cisaillement vertical  $\bar{\sigma}_z$  et l'angle  $\bar{\alpha}_z$  tels que

$$\mathbf{B} = \left( -\frac{f_0}{\sqrt{\sigma}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p}, -\frac{f_0}{\sqrt{\sigma}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} \right) = \bar{\sigma}_z (\cos(\bar{\alpha}_z), \sin(\bar{\alpha}_z)), \quad (3.28)$$




 FIGURE 3.30 – Angles définissant l'orientation du vecteur  $\vec{u}_3'$ .

avec  $\overline{\sigma}_z > 0$ . Alors le terme d'extraction barocline  $C_B$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
 C_B &= \vec{F}_h' \cdot \vec{T}_h \\
 &= \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \phi'}{\partial p} \left( -u' \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right) \\
 &= \frac{\|\vec{u}_3'\|^2}{2} \overline{\sigma}_z \sin(2\varphi') \sin(\theta' - \overline{\alpha}_z). \tag{3.29}
 \end{aligned}$$

Dans la situation barocline usuelle d'un jet zonal avec un cisaillement vertical positif, on a  $-\frac{f_0}{\sqrt{\sigma}} \partial_p \bar{v} = 0$  et  $-\partial_p \bar{u} > 0$  donc  $\overline{\alpha}_z = 0$ . Pour qu'il y ait croissance de la perturbation, il faut que  $\sin(2\varphi') \sin(\theta') > 0$ , ce qui amène à  $-\partial_x \psi' \partial_p \phi' > 0$  c'est-à-dire  $\partial_x \psi' \partial_z \psi' > 0$ , soit  $(\frac{\partial z}{\partial x})_{\psi'} < 0$ . On retrouve la condition classique pour la croissance des perturbations : l'inclinaison des isolignes de la perturbation doit être opposée à celle du cisaillement. L'inclinaison optimale est telle que  $\theta' = \frac{\pi}{2}$  et  $\varphi' = \frac{\pi}{4}$ , ce qui amène à  $\partial_x \psi' = -\frac{f_0}{\sqrt{\sigma}} \partial_p \psi'$ , soit  $(\frac{\partial p}{\partial x})_{\psi'} = \frac{f_0}{\sqrt{\sigma}}$ . Pour un  $\delta p$  donné sur la verticale, le  $\delta x$  optimal est égal à  $\frac{\sqrt{\sigma} \delta p}{f_0}$ . Si  $\delta p$  correspond à la demi-hauteur de la troposphère en coordonnée pression, alors le  $\delta x$  optimal est égal au rayon de Rossby de déformation  $\lambda$ , défini jusqu'ici comme  $\lambda \equiv \frac{N h}{f}$  (où  $h$  est la demi-hauteur de la troposphère), mais qui peut aussi se réécrire comme  $\lambda \equiv \frac{\sqrt{\sigma} \delta p}{f_0}$  (où  $\delta p$  correspond à la demi-hauteur de la troposphère en coordonnée pression). On rappelle que  $\lambda$  est choisi égal à 450 km dans le modèle.

On peut aussi réécrire  $C_B$  comme :  $C_B = \|\vec{B}\| \cdot T' \cdot conf$  où  $\vec{B}$  est le vecteur baroclinie, défini par l'équation (3.28),  $T'$  est l'énergie totale perturbée et  $conf$  est un terme de configuration qui quantifie l'efficacité de l'extraction d'énergie barocline. Quand  $conf = 1$ , la configuration des perturbations est optimale pour extraire de l'énergie (Rivière et Joly, 2006b).

#### 3.3.1.4 Cas du modèle à deux couches

Les termes du bilan énergétique faisant intervenir les dérivées par rapport à la pression  $p$  peuvent être simplifiés dans le cadre du modèle à deux couches. L'énergie

potentielle perturbée se réécrit  $P' = \frac{1}{2\sigma} \frac{(\phi'_u - \phi'_l)^2}{(\delta p)^2} = \frac{1}{2\lambda^2} (\psi'_u - \psi'_l)^2$  où  $\delta p$  est la différence de pression entre les niveaux 0-2 et 2-4. Le terme de conversion barocline devient :

$$C_B = \frac{1}{2\lambda^2} (\psi'_u - \psi'_l) [(v'_u + v'_l) (\bar{u}_u - \bar{u}_l) - (u'_u + u'_l) (\bar{v}_u - \bar{v}_l)], \quad (3.30)$$

où les vitesses  $u'$  et  $v'$  de l'équation (3.29) ont été remplacées respectivement par  $\frac{u'_l + u'_l}{2}$  et  $\frac{v'_l + v'_l}{2}$ . De plus, le vecteur baroclinie se réécrit comme  $\vec{B} = \frac{1}{\lambda} (\vec{u}_u - \vec{u}_l)$ .

Enfin, les termes de redistribution verticale  $C_V$  et de conversion interne  $C_I$  s'écrivent, dans chacune des couches :

$$\begin{aligned} CV_l &= \left[ -f_0 \frac{\partial (\omega' \psi')}{\partial p} \right]_l = \frac{f_0 \omega'_2}{2\delta p} (\psi'_u + \psi'_l) \\ CV_u &= \left[ -f_0 \frac{\partial (\omega' \psi')}{\partial p} \right]_u = -\frac{f_0 \omega'_2}{2\delta p} (\psi'_u + \psi'_l) \\ CI_l &= [-F'_3 \bar{T}_3]_l = \frac{f_0 \omega'_2}{2\delta p} (\psi'_l - \psi'_u) \\ CI_u &= [-F'_3 \bar{T}_3]_u = \frac{f_0 \omega'_2}{2\delta p} (\psi'_l - \psi'_u). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Ainsi, le terme  $C_V$  prend deux valeurs opposées dans chaque couche et s'annule donc en moyenne sur la verticale, ce qui correspond bien à une redistribution verticale, alors que le terme  $C_I$  a la même valeur dans chaque couche. Pour l'évaluation des  $C_I$  et  $C_V$ , on constate donc qu'il est nécessaire d'estimer la vitesse verticale  $\omega'_2$ . Elle est calculée grâce à l'équation (1.11) qui se réécrit, dans le cadre du modèle à deux couches, comme :

$$\left( \Delta - \frac{2}{\lambda^2} \right) \left( -\frac{1}{2} \frac{f_0}{\delta p} \omega_2 \right) = \frac{1}{\lambda^2} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_a + \frac{\beta}{2} (v_u - v_l) \right), \quad (3.32)$$

où

$$\vec{Q}_a \equiv \left[ -\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial x} \cdot \vec{\nabla} (\psi_u - \psi_l), -\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial y} \cdot \vec{\nabla} (\psi_u - \psi_l) \right]. \quad (3.33)$$

Dans le cadre du modèle à deux couches, les grandeurs énergétiques sont donc  $K'_u$ ,  $K'_l$ ,  $P'$ ,  $C_{Ku}$ ,  $C_{Kl}$ ,  $C_{Vu}$ ,  $C_{Vl}$  (opposé à  $C_{Vu}$ ),  $C_{Iu}$ ,  $C_{Il}$  (égal à  $C_{Iu}$ ) et  $C_B$ . On s'intéressera dans la suite aux seules  $K'_l$ ,  $C_{Kl}$  (noté  $C_K$ ),  $C_{Vl}$  (noté  $C_V$ ),  $C_{Il}$  (noté  $C_I$ ) et  $C_B$ .

### 3.3.2 Résultats pour les deux simulations présentées dans l'article II

Les grandeurs énergétiques essentielles qui nous intéressent ici et la façon dont nous les calculons numériquement ayant été introduites, nous présentons maintenant dans cette section les résultats de l'analyse énergétique que nous avons menée pour compléter les résultats de l'article II.

On a effectué un bilan énergétique dans le cadre du modèle à deux couches de Phillips (1951), pour chacune des deux perturbations initialisées au sud du courant-jet

avec méandres dans les régions de déformation effective  $\Delta < 0$  et  $\Delta > 0$ , étudiées dans l'article II. Les bilans d'énergie présentés correspondent à une portion de la couche inférieure, qui est définie par une boîte de forme carrée centrée sur le maximum de vorticité perturbée dans la couche inférieure et de largeur 3125 km. Des tests ont été réalisés concernant la taille de la boîte et montrent que les résultats présentés sont robustes, à condition qu'aucune autre structure perturbée ne soit incluse dedans. On parlera de moyenne locale. Dans la suite, on exprimera les termes énergétiques  $C_K$ ,  $C_I$  et  $C_V$  relativement à  $K'_l$ . A titre d'exemple, le taux de conversion barotrope est défini par  $\tau_{C_K} = \frac{C_K}{K'_l}$ , en moyenne locale. Les termes  $-2C_I$  et  $C_B$  seront exprimés relativement à  $P'$ . On définit aussi  $\tau_{K'_l}(t) = \frac{K'_l(t+\Delta t) - K'_l(t)}{K'_l(t) \Delta t}$  et  $\tau_{P'}(t) = \frac{P'(t+\Delta t) - P'(t)}{P'(t) \Delta t}$ , en moyenne locale.

### 3.3.2.1 Discussion globale du bilan d'énergie cinétique dans les simulations

Les figures 3.31a,b montrent l'évolution dans le temps de la moyenne locale de l'énergie cinétique perturbée dans la couche inférieure  $K'_l$  pour chacun des deux cyclones étudiés dans la première partie de l'article II. L'énergie cinétique du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  (le plus déformé) connaît une première phase de croissance pendant les 10 premières heures, suivie d'une phase de décroissance puis d'une seconde phase de croissance juste après la traversée ( $t_c = 25$  h) (figure 3.31b). Par contre, le cyclone initialisé dans la région  $\Delta < 0$  (le moins déformé) ne connaît pas cette relance après la traversée, qui a lieu à  $t_c = 41$  h (figure 3.31a).

La seconde phase de croissance dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  co incide avec la phase de creusement des tempêtes réelles juste après la traversée du courant-jet, évoquée dans le chapitre 1. Les figures 3.32a et 3.33b permettent de quantifier ce renforcement à la traversée, dans les cas de la POI17 et de Xynthia. La figure 3.32a montre l'évolution temporelle de l'énergie cinétique perturbée associée à la POI17, avec une relance très nette, juste après la traversée. Le cycle de vie énergétique du cyclone idéalisé initialisé dans la région  $\Delta > 0$  est, en terme d'énergie cinétique perturbée, très proche de celui de la POI17, avec une première phase de croissance, suivie d'une phase de décroissance puis d'une seconde phase de croissance juste après la traversée (comparer les figures 3.31b et 3.32a). Notons que dans le cas idéalisé d'un courant-jet zonal, Gilet et al. (2009) n'ont pas observé la phase de décroissance entre les deux phases de croissance, mais plutôt une phase de croissance, moins rapide qu'elle ne l'est initialement et après la traversée (voir leur figure 13). En outre, comme nous l'avons évoqué au début de ce chapitre, une tempête plus récente que celle de la POI17, à savoir Xynthia, connaît elle aussi un creusement pendant sa traversée. Il est visible sur la figure 3.33b, qui montre l'évolution temporelle du minimum de pression au niveau de la mer associé à Xynthia : elle diminue plus rapidement entre le 27 février 2012 00 UTC et le même jour à 18 UTC que pendant le jour pr c dent et le jour suivant, autrement dit elle se creuse plus rapidement pendant sa phase de traversée que pendant la phase qui précède ou celle qui suit la traversée.

Pour comprendre l'évolution de l'énergie cinétique perturbée de chacun des deux cyclones, on a tracé l'évolution temporelle des termes énergétiques mis en jeu dans

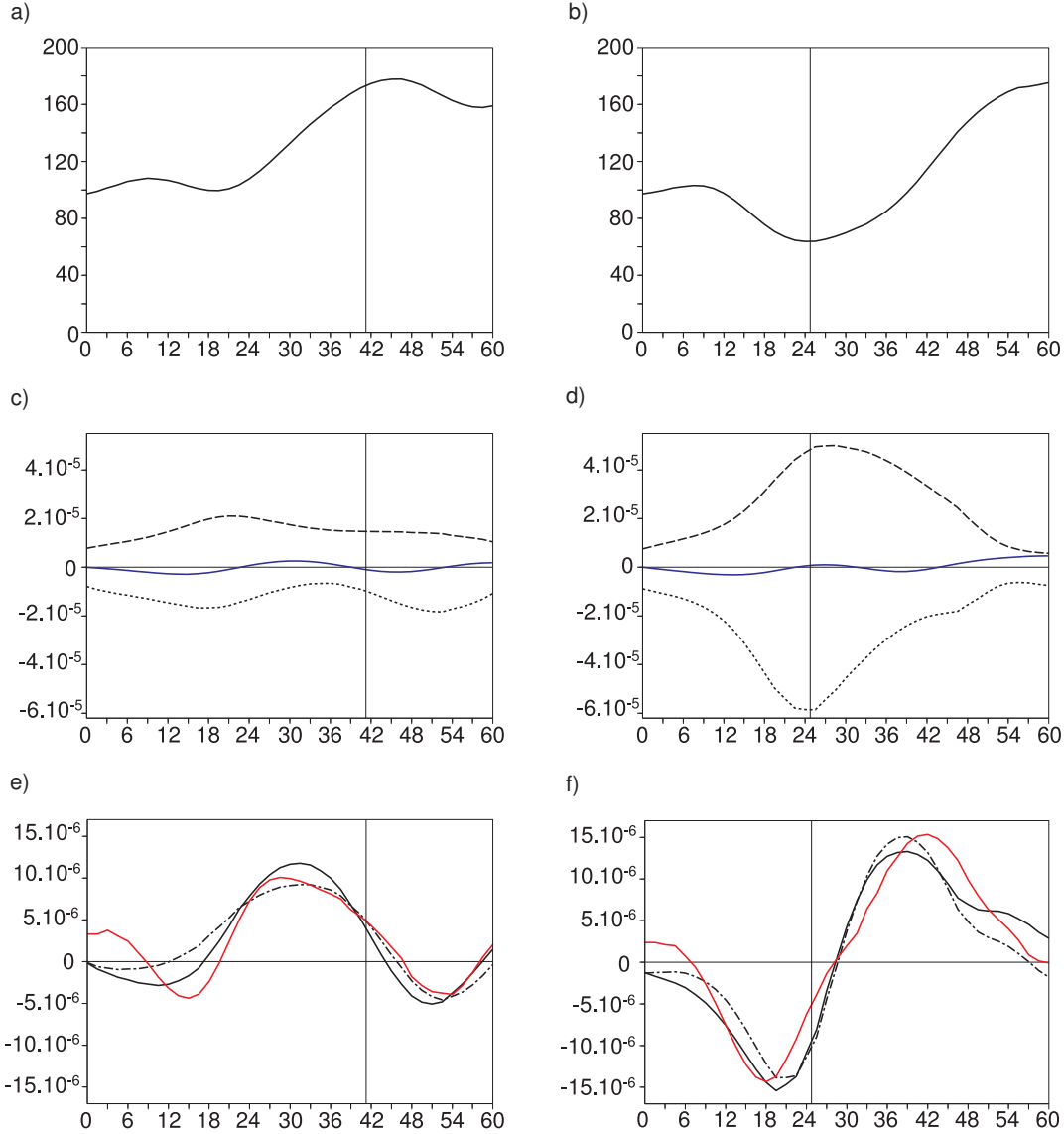


FIGURE 3.31 – Bilan énergétique en terme d'énergie cinétique, pour les cyclones initialisés à la distance  $d = 750$  km au sud du jet, dans une région de déformation effective négative (a,c,e) et positive (b,d,f). (a),(b) Evolution temporelle de l'énergie cinétique perturbée  $K'_l$  en moyenne locale (en  $\text{m}^2.\text{s}^{-2}$ ). (c),(d) :  $\tau_{C_K}$  (bleu),  $\tau_{C_I}$  (pointillés longs),  $\tau_{C_V}$  (pointillés courts), tout en moyenne locale, en  $\text{s}^{-1}$ . (e),(f) :  $\tau_{C_I} + \tau_{C_V}$  (pointillés long-court-long),  $\tau_{C_I} + \tau_{C_V} + \tau_{C_K}$  (noir plein) et  $\tau_{K'_l}$  (rouge), tout en moyenne locale, en  $\text{s}^{-1}$ . Traits verticaux : instants de traversée ( $t_c = 41$  et  $25$  h resp.).

l'équation d'évolution de  $K'_l$ , sur les figures 3.31c,d,e,f.

On remarque tout d'abord que, dans les deux cas, les termes  $\tau_{C_I}$  et  $\tau_{C_V}$ , ainsi que leur somme, dominent clairement le terme  $\tau_{C_K}$ , qui joue donc un rôle mineur dans l'évolution de  $K'_l$ . En outre, les fluctuations de  $\tau_{C_I} + \tau_{C_V}$  sont plus fortes dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  que dans l'autre cas (comparer les figures 3.31f et 3.31e), et c'est la relance de ce terme juste après la traversée qui explique la relance de  $K'_l$  juste après la traversée dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$ . On voit que cette relance après la traversée est due à une croissance de  $\tau_{C_V}$  plus rapide

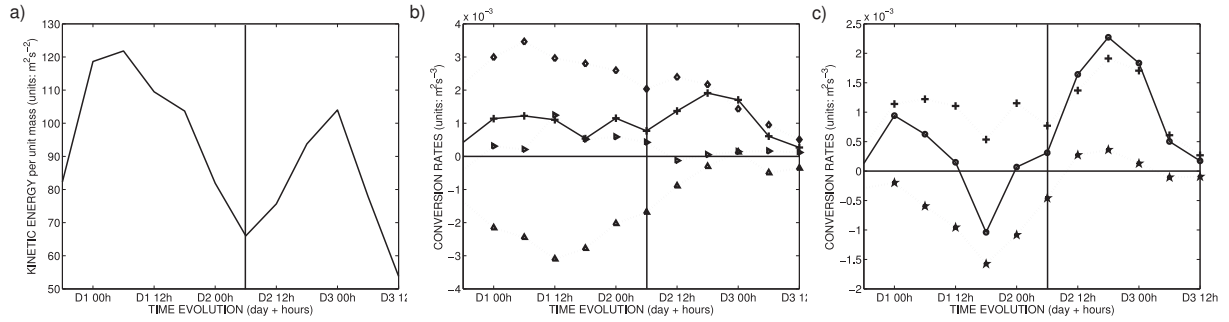


FIGURE 3.32 – Bilan énergétique de la POI17 de Fastex, entre le 16 Février 1997 00 UTC et le 18 Février 1997 12 UTC (Rivière et Joly, 2006a), issu de moyennes sur l’horizontale (domaine de rayon 1000 km) et la verticale (entre 600- et 900 hPa). Evolution temporelle de (a) l’énergie cinétique haute fréquence, (b)  $C_V$  (courbe en pointillés avec triangles),  $C_I$  (courbe en pointillés avec losanges), des termes de divergence horizontale (courbe en pointillés avec triangles penchés) et de la somme de ces trois termes (courbe pleine avec +), (c) la somme de  $C_I$ ,  $C_V$  et des termes de divergence horizontale (courbe en pointillés avec +),  $C_K$  (courbe avec étoiles) et somme de ces quatre termes (courbe pleine avec ronds). Unités : en  $\text{m}^2.\text{s}^{-3}$ .

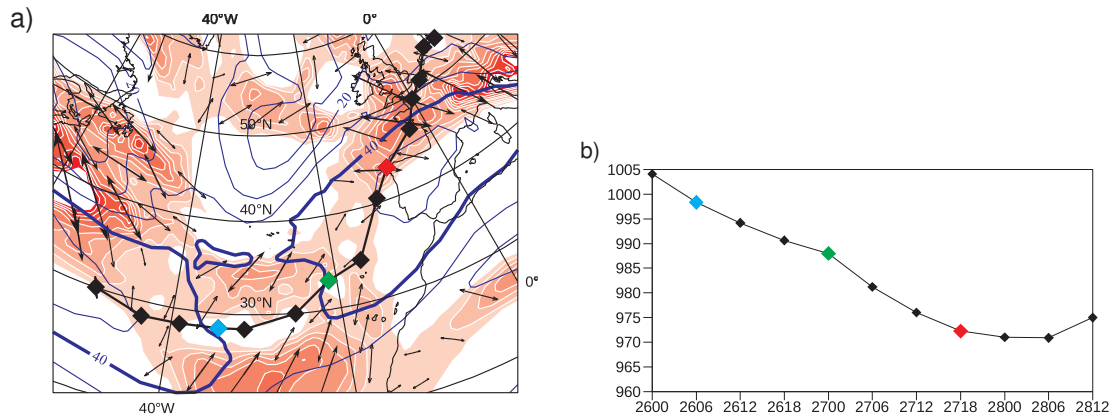


FIGURE 3.33 – (a) Vent basse fréquence à 300 hPa (contours bleus), valeurs positives du champ de déformation effective de l’écoulement basse fréquence à 300 hPa (coloré). Les champs basse fréquence sont issus de la moyenne du champ total sur 8 jours autour du 27 Février 2012. La trajectoire de Xynthia entre le 25 Février 12 UTC et le 29 Février 00 UTC est représentée par des losanges (toutes les 6 h). (b) Evolution temporelle du minimum de pression au niveau de la mer pour Xynthia, entre le 26 Février 00 UTC et le 28 Février 12 UTC (en hPa). Données issues de l’analyse opérationnelle Météo-France.

que ne l’est la décroissance de  $\tau_{C_I}$  (figure 3.31d).

Dans le cas réel de la POI17, on observe aussi une relance de  $C_I + C_V$  juste après la traversée (figure 3.32b) mais elle n’explique pas, à elle seule, le renforcement du cyclone juste après la traversée. En effet, contrairement à notre étude idéalisée ou à celle de Gilet et al. (2009), l’effet de la conversion barotrope n’est pas négligeable dans le cas réel de la POI17, et il connaît notamment une relance juste après la traversée (figure 3.32c) qui explique aussi le renforcement après la traversée. Le fait d’utiliser un écoulement grande échelle avec un champ de déformation plus complexe que celui associé au courant-jet zonal de Gilet et al. (2009) ne semble donc pas suffisant pour rendre les effets barotropes non négligeables devant les effets baroclines, en terme énergétique,

comme c'est le cas pour la POI17.

Notons que les valeurs négatives prises par  $\tau_{CV}$  dans les deux cas (figures 3.31c,d) peuvent s'interpréter comme suit. La dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby est plus importante en altitude qu'en surface (gradients méridiens de PV plus forts), ce qui entraîne un flux vertical d'énergie cinétique du bas vers le haut, pour « compenser ». Dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta < 0$  (le moins étiré), le terme  $\tau_{CV}$  est moins négatif que pour le cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  car la dispersion est alors plus faible (on a montré dans les articles I et II que la dispersion est d'autant plus forte que le cyclone est étiré). On peut justifier mathématiquement cette explication « intuitive ». L'équation (3.34) montre que  $\omega'_2$  augmente avec  $\beta(v'_u - v'_l)$ , donc  $CV_l$  varie avec  $\beta(v'_u - v'_l)(\psi'_u + \psi'_l)$  (voir équation 3.31). Or ce terme est fortement négatif entre les cyclones d'altitude et de surface : ceci explique pourquoi  $CV_l$  est négatif en général. De plus, le terme  $(v'_u - v'_l)$  est d'autant plus fort (entre les deux perturbations) qu'elles sont étirées, d'où un terme  $CV_l$  plus négatif dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  que dans l'autre cas (comparer les figures 3.31c et 3.31d). Ce n'est bien entendu pas seulement  $\beta$  qui explique cela : si l'on développe le terme  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_a$  dans l'équation (3.32), on peut montrer qu'il fait apparaître un  $\beta$  effectif lié au courant-jet, qui a le même effet que  $\beta$ . Le fait que sur la figure 3.31d,  $CV_l$  soit d'autant plus négatif que les perturbations se rapprochent du jet est dû à l'augmentation du  $\beta$  effectif quand on se rapproche du jet, et à l'étirement des structures qui augmente.

### 3.3.2.2 Discussion sur la conversion barotrope

Au-delà du caractère négligeable de l'effet de la conversion barotrope devant les effets de  $C_I$  et  $C_V$ , il est intéressant de remarquer que son évolution dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  (figure 3.31d) est qualitativement très proche de son évolution dans le cas de la POI17 (figure 3.32c) : avant la traversée, le terme de conversion barotrope est négatif et diminue, puis il augmente jusqu'à atteindre des valeurs positives juste après la traversée. On peut donc parler de relance de la conversion barotrope juste après la traversée, sachant que cette relance est notable dans le cas de la POI17 et négligeable dans le cas idéalisé du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$ . Notons que cette relance de la conversion barotrope à la traversée n'a pas lieu dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta < 0$  (figure 3.31c).

Le comportement du terme de conversion barotrope dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  peut être interprété à partir de la figure 3.34. Elle permet de visualiser le champ  $C_K$  aux instants  $t = 15$  h,  $t = 30$  h,  $t = 37$  h et  $t = 60$  h. Aux quatre instants, on constate que les zones où  $C_K > 0$  (resp.  $C_K < 0$ ) coïncident avec les régions où les isolignes de vorticité relative perturbée  $\zeta'_l$  sont parallèles à l'axe de contraction  $\mathbf{S}^-$  (resp. l'axe de dilatation  $\mathbf{S}^+$ ). Cela est parfaitement cohérent avec l'équation (3.26) de la section 3.3.1.2. A  $t = 15$  h, le cyclone est globalement étiré le long des axes de dilatation d'où la valeur négative de  $\tau_{CK}$  à  $t = 15$  h sur la figure 3.31d. Juste après la traversée, à  $t = 30$  h, le changement de direction des axes de dilatation a rendu la structure plus isotrope que lorsqu'elle était au sud du jet : la moyenne locale de  $C_K$  devient alors positive. Enfin, à  $t = 37$  h, le cyclone s'étire de nouveau le long des axes

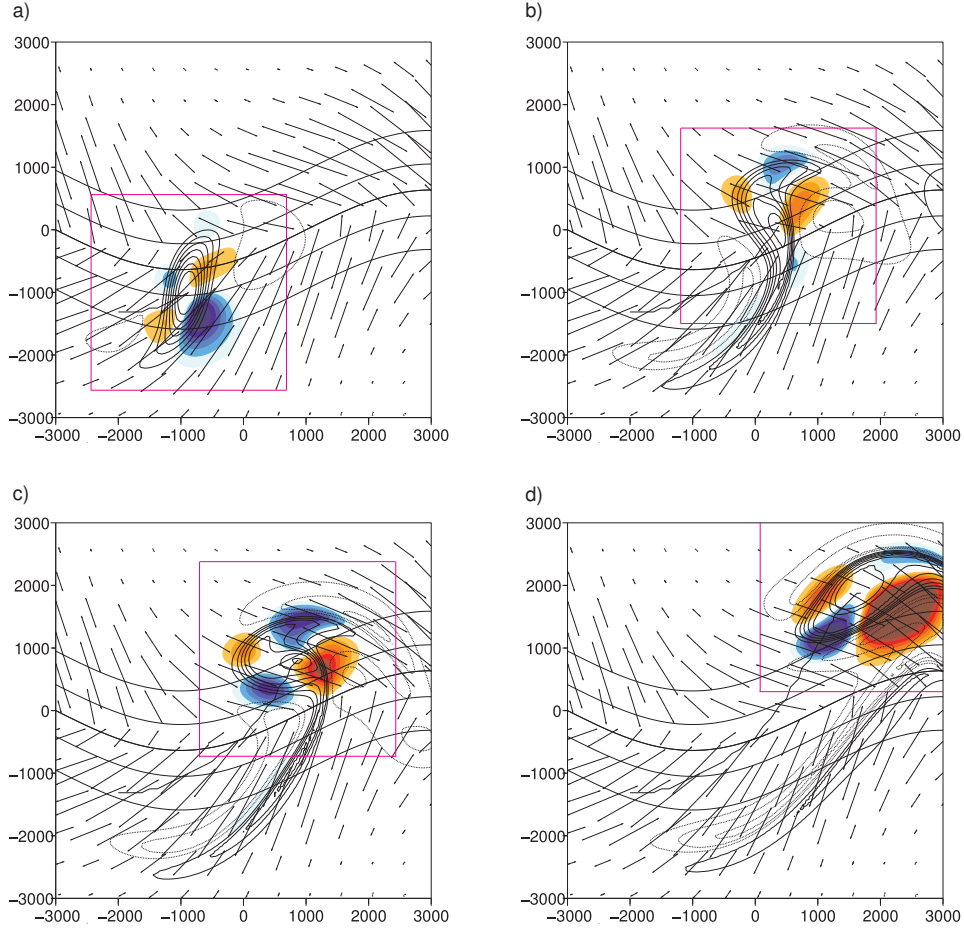


FIGURE 3.34 – Champ associé à  $C_K$  dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  à  $t = 15$  h, (b)  $t = 30$  h, (c)  $t = 37$  h et (d)  $t = 60$  h (rouge : valeurs positives entre  $0.8 \times 10^{-3}$  et  $6 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ , bleu : valeurs négatives entre  $-6 \times 10^{-3}$  et  $-0.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ ). Les contours noirs épais sont les isolignes du champ de vorticité relative perturbée dans la couche inférieure (traits pleins : valeurs positives entre  $2 \times 10^{-5}$  et  $12.8 \times 10^{-5}$  tous les  $1.8 \times 10^{-5}$ , en  $\text{s}^{-1}$ ; pointillés : valeurs négatives entre  $-12.8 \times 10^{-5}$  et  $-2 \times 10^{-5}$  tous les  $1.8 \times 10^{-5}$ , en  $\text{s}^{-1}$ ). Contours noirs fins : isolignes de la fonction de courant grande échelle de la couche inférieure, entre  $-3 \times 10^7$  et  $3 \times 10^7$  tous les  $1 \times 10^7$ , en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  (en épais : centre du jet). Ligne noire épaisse : trajectoire du cyclone de surface. Flèches noires : axes de dilatation associés au jet de la couche inférieure. Carré rose : zone sur laquelle on moyenne localement.

de dilatation locaux, ce qui rend  $C_K$  de nouveau négatif en moyenne locale et à  $t = 60$  h, le cyclone a tourné et se retrouve étiré le long des axes de contraction d'où  $C_K > 0$  en moyenne locale. La figure 3.34 illustre donc parfaitement le fait que la relance de la conversion barotrope juste après la traversée du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  est la conséquence de sa contraction lors du changement d'orientation des axes de déformation à la traversée.

Enfin, notons que le bilan énergétique présenté sur la figure 3.31 se ferme quasiment, autrement dit la somme des termes  $\tau_{CI}$ ,  $\tau_{CV}$  et  $\tau_{CK}$  coïncide presque avec le taux d'énergie cinétique  $\tau_{K'_I}$  (figures 3.31e,f). La fermeture non parfaite peut provenir des termes de divergence horizontale, qui ne sont pas nuls en moyenne locale, du terme de viscosité dans le modèle dont on n'a pas tenu compte dans le bilan énergétique, et enfin

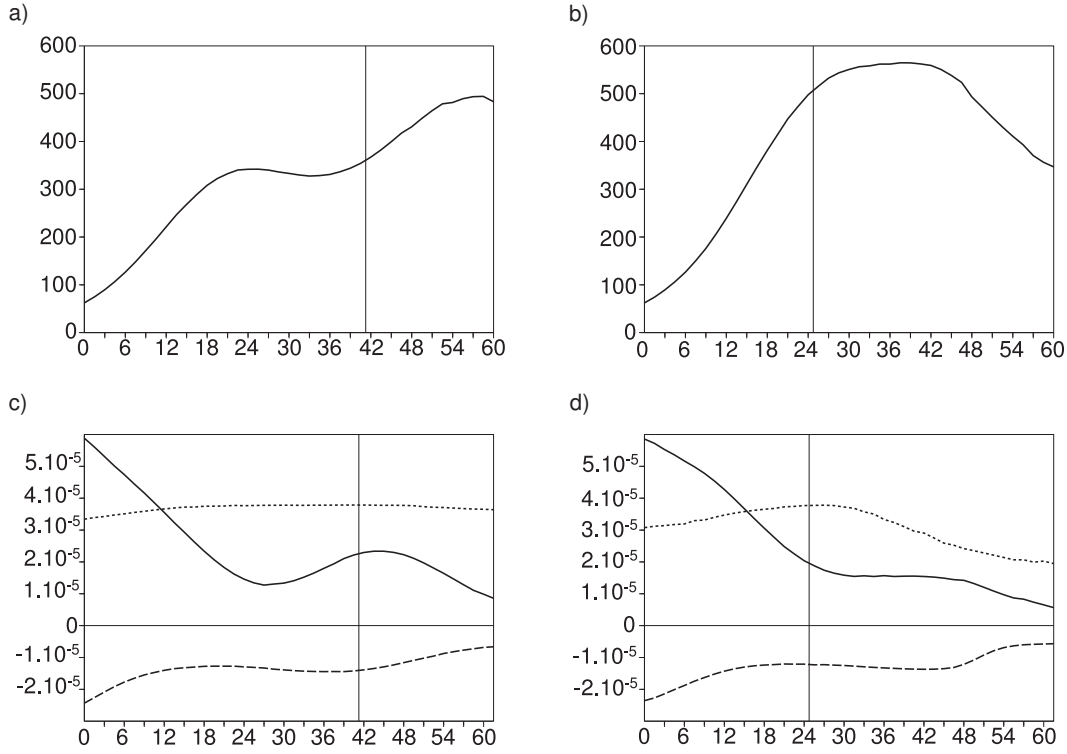


FIGURE 3.35 – Bilan énergétique en terme d'énergie potentielle, pour les cyclones initialisés à la distance  $d = 750$  km au sud du jet, dans une région de déformation effective négative (a,c) et positive (b,d). (a),(b) Evolution temporelle de l'énergie potentielle perturbée  $P'$  en moyenne locale (en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ). Sur (c) et (d) :  $\tau_{-2C_I}$  (pointillés longs),  $\tau_{CB}$  (plein) et baroclinie  $\|\vec{B}\|$  (pointillés courts), tout en moyenne locale, en  $\text{s}^{-1}$ . Traits verticaux : instants de traversée ( $t_c = 41$  et  $25$  h resp.).

du calcul de  $\tau_{K'_l}$  qui est fait sur l'intervalle de temps  $\Delta t = 1.5$  h plutôt que sur le pas de temps du modèle  $dt = 112$  s.

### 3.3.2.3 Bilan associé à l'énergie potentielle perturbée

Il nous semble intéressant d'évoquer les résultats de l'analyse énergétique non plus en terme d'énergie cinétique perturbée mais en terme d'énergie potentielle perturbée. Les figures 3.35a,b montrent l'évolution temporelle de la moyenne locale de l'énergie potentielle perturbée  $P'$  pour chacun des deux cyclones. Dans le cas du cyclone initialisé dans la région  $\Delta < 0$ ,  $P'$  connaît une décroissance avant la traversée (figure 3.35a) alors que l'énergie potentielle du cyclone initialisé dans la région  $\Delta > 0$  ne cesse d'augmenter, avant de stagner après la traversée (figure 3.35b). Notons que dans ce second cas, la croissance de  $P'$  jusqu'à la traversée est suivie d'une croissance de  $K'_l$  après la traversée (figure 3.31b), ce qui coïncide avec un terme de conversion interne (conversion d'énergie potentielle en énergie cinétique) maximal à la traversée (figure 3.31d).

Les figures 3.35c,d, qui montrent l'évolution temporelle des termes énergétiques mis en jeu dans l'équation d'évolution de  $P'$ , permettent d'interpréter la valeur plus faible de  $P'$  avant la traversée, pour le cyclone le moins déformé. Ce n'est pas le terme associé



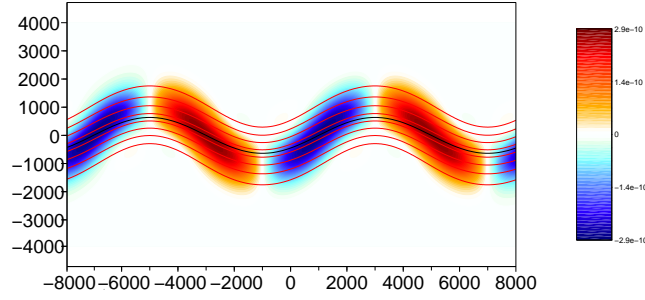


FIGURE 3.36 – Champ de la divergence du vecteur  $\vec{Q}_a$  (en  $s^{-2}$ ) associé au courant-jet REF-MND de notre étude idéalisée.

à la conversion interne qui fait la différence entre les deux cas, mais plutôt le terme de conversion barocline. En effet, bien que la baroclinie ait globalement la même valeur pour les deux cyclones pendant les 30 premières heures, le terme  $\tau_{CB}$  associé au cyclone le moins déformé connaît un minimum vers 27 h et devient alors plus faible que dans le cas du cyclone déformé. Cela traduit en fait une configuration moins favorable à l'interaction barocline dans le cas du cyclone le moins déformé que dans le cas du cyclone le plus déformé. Cette différence de configuration peut s'expliquer comme suit. Les cyclones peu déformés d'altitude et de surface ont tendance à tourner l'un autour de l'autre (effet non linéaire), ce qui rend la configuration moins optimale pour l'interaction barocline qu'elle ne l'était initialement (cyclone d'altitude à l'ouest du cyclone de surface, à une distance égale au rayon de déformation de Rossby  $\lambda$ ). Cette rotation est visible sur la figure 3.6e (page 104). Pour les cyclones plus déformés en revanche, cet effet de rotation est moindre (figure 3.6f), ce qui dégrade moins la configuration pour l'interaction barocline. Cet aspect est à rapprocher de l'étude de Gilet et al. (2009), qui a observé l'effet de rotation non linéaire dans le cas d'un écoulement de référence avec cisaillement cyclonique (où la déformation des cyclones est moindre), et la non rotation dans le cas d'un cisaillement anticyclonique, où les cyclones s'étirent davantage (voir sa figure 3).

Pour résumer, nous avons reproduit le renforcement à la traversée du cyclone de surface, observé notamment dans le cas de la POI17, dans le cadre idéalisé d'un modèle à deux couches avec un écoulement grande échelle proche des écoulements réels. Pour observer cette relance, il est nécessaire que la perturbation soit initialisée dans une région  $\Delta > 0$ , autrement dit qu'elle se déforme suffisamment avant la traversée. Cependant, le terme de conversion barotrope demeure négligeable dans notre configuration, comme c'était le cas dans l'étude de Gilet et al. (2009) et contrairement au cas réel de la POI17.

### 3.3.3 Discussion sur l'interprétation en terme de jet streak

Comme on l'a déjà évoqué dans le chapitre 1, le fait que les dépressions de surface se creusent à la sortie gauche du courant-jet, comme c'est le cas pour la POI17 (figure

1.14), ne semble pas pouvoir s'interpréter par une simple analogie entre le courant-jet grande échelle et un jet streak (Rivière et Joly, 2006a). On se propose de revenir plus en détails ici sur la question, notamment dans le cadre particulier du modèle à deux couches que nous avons utilisé.

On voit sur la figure 1.14 (page 37) que la sortie gauche du courant-jet (là où traverse le cyclone de surface) correspond au point selle du champ de déformation effective de l'écoulement grande échelle. Dans l'exemple du courant-jet idéalisé REFMND, dont le champ de déformation est proche de celui de l'écoulement grande échelle de la POI17, la région correspondante se situe en aval du thalweg formé par les méandres et coïncide avec des valeurs négatives de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$  (figure 3.36). Un raisonnement un peu rapide consisterait à utiliser l'équation de la vitesse verticale (1.11) page 27, pour affirmer que la valeur négative de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$  en aval du thalweg grande échelle en fait une zone d'ascendance, donc propice à la cyclogénèse, autrement dit une zone de régénération des tempêtes et donc une zone privilégiée de traversée. En ce sens, l'aval du thalweg grande échelle se rapprocherait donc de la sortie gauche d'un jet streak (voir chapitre 1).

Cependant, dans le cadre de leur étude idéalisée dans un modèle à deux couches, Gilet et al. (2009) ont pu observer une régénération des cyclones de surface pendant la traversée d'un courant-jet purement zonal, autrement dit dans un écoulement grande échelle dont les vecteurs  $\vec{Q}$  sont nuls. Ils ont donc observé une régénération des cyclones de surface pendant la traversée en l'absence de circulation secondaire grande échelle, ce qui remet clairement en question le rôle de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$ .

En fait, le raisonnement que nous remettons en question ne fait pas la distinction entre l'écoulement perturbé (de vitesse verticale  $w'$ ) et l'écoulement grande échelle (de vitesse verticale  $\bar{w}$ ). Rien ne nous permet en effet d'affirmer, comme le sous-entend ce raisonnement, que la vitesse verticale perturbée  $w'$  dépend de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$ . La vitesse  $w'$  ne dépend d'ailleurs pas du tout de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$  dans notre modélisation. Pour s'en convaincre, il faut réécrire l'équation (3.32) page 142, qui correspond à l'équation (1.11) dans le cadre du modèle à deux couches, en tenant compte du fait qu'elle contient en réalité un terme de forçage lié au maintien de l'écoulement grande échelle stationnaire dans le modèle (voir le terme de forçage dans l'équation (3.3)). En prenant ce forçage en considération et en décomposant l'écoulement total en sa composante grande échelle et sa composante perturbée, on obtient que :

$$\left(\Delta - \frac{2}{\lambda^2}\right) \left(-\frac{1}{2} \frac{f_0}{\delta p} \omega'_2\right) = \frac{1}{\lambda^2} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_{pp} + \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_{pb} + \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_{bp} + \frac{\beta}{2} (v'_u - v'_l)\right), \quad (3.34)$$

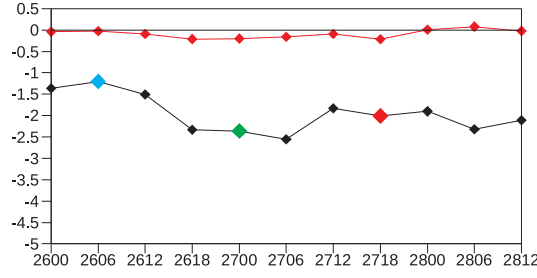


FIGURE 3.37 – Evolution temporelle du minimum de la divergence du champ de vecteurs  $\vec{Q}$  de l'écoulement total ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$ ) autour de Xynthia à 500 hPa (noir) et de la divergence du champ de vecteurs  $\vec{Q}$  de l'écoulement basse fréquence au minimum de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$  (rouge) (en  $\times 10^{17} \text{ kg.m}^{-5}.\text{s}^{-1}$ ), entre le 26 Février 00 UTC et le 28 Février 12 UTC (en hPa). Données issues de l'analyse opérationnelle Météo-France, d'après une présentation orale de G. Rivière, Exeter (UK), 2011.

où

$$\vec{Q}_{pp} = \left[ -\frac{\partial \vec{V}_2'}{\partial x} \cdot \vec{\nabla} (\psi'_u - \psi'_l), -\frac{\partial \vec{V}_2'}{\partial y} \cdot \vec{\nabla} (\psi'_u - \psi'_l) \right] \quad (3.35)$$

$$\vec{Q}_{pb} = \left[ -\frac{\partial \vec{V}_2'}{\partial x} \cdot \vec{\nabla} (\bar{\psi}_u - \bar{\psi}_l), -\frac{\partial \vec{V}_2'}{\partial y} \cdot \vec{\nabla} (\bar{\psi}_u - \bar{\psi}_l) \right] \quad (3.36)$$

$$\vec{Q}_{bp} = \left[ -\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial x} \cdot \vec{\nabla} (\psi'_u - \psi'_l), -\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial y} \cdot \vec{\nabla} (\psi'_u - \psi'_l) \right]. \quad (3.37)$$

Le vecteur  $\vec{Q}_a$ , défini comme  $\vec{Q}_a = \left[ -\partial_x \vec{V}_2 \cdot \vec{\nabla} (\bar{\psi}_u - \bar{\psi}_l), -\partial_y \vec{V}_2 \cdot \vec{\nabla} (\bar{\psi}_u - \bar{\psi}_l) \right]$ , n'apparaît donc pas dans l'équation (3.34). Autrement dit, dans le cadre du modèle à deux couches de notre étude, la vitesse verticale perturbée  $\omega'$  ne dépend rigoureusement pas de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$ . Ajoutons, afin d'appuyer ce dernier argument, obtenu dans un cadre idéalisé, que dans le cas réel de la tempête Xynthia, la contribution de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$  à la divergence du vecteur  $\vec{Q}$  associé à l'écoulement total est négligeable (figure 3.37).

Ainsi, les résultats de Gilet et al. (2009), la non-dépendance de la vitesse verticale perturbée avec la divergence du champ  $\vec{Q}$  de l'écoulement grande échelle dans le cadre idéalisé de notre étude, et enfin la contribution négligeable de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}$  dans le cas réel de la tempête Xynthia sont autant d'arguments qui nous permettent d'affirmer qu'on ne peut expliquer la régénération des cyclones de surface à la sortie gauche du courant-jet en s'appuyant sur le caractère divergent du champ de vecteurs  $\vec{Q}$  associés à l'écoulement grande échelle dans cette zone. Ce type d'argument est pourtant sous-entendu dans un certain nombre d'études de cas réels, comme celle des trois tempêtes de décembre 1999 par Ulbricht et al. (2001), celle de la tempête Lothar de décembre 1999 par Wernli et al. (2002), l'étude de la tempête Kyrill de janvier 2007 par Fink et al. (2009) ou encore l'étude climatologique de Pinto et al. (2009) sur le lien entre les tempêtes de l'océan Atlantique Nord avec la NAO (North Atlantic Oscillation).



# Conclusion générale

L'objectif de cette thèse était de mieux comprendre la traversée du courant-jet de son côté chaud vers son côté froid, par un certain nombre de tempêtes hivernales des moyennes latitudes. En effet, on a observé que ces tempêtes connaissaient une croissance explosive juste après cette traversée, d'où l'intérêt porté à la question de la traversée. Ce fut notamment le cas de la tempête Lothar, de la tempête de la POI17 de Fastex et plus récemment de Xynthia.

La trajectoire des tempêtes des moyennes latitudes a certes été beaucoup étudiée pour une meilleure compréhension du storm-track, mais la traversée du courant-jet n'a été que très peu approfondie. Par ailleurs, les études de la trajectoire des cyclones tropicaux et des tourbillons océaniques ont mis en évidence leur déplacement méridien sous l'effet non linéaire du gradient méridien de la vorticité potentielle (notée PV par la suite) grande échelle : ce concept a été appelé  $\beta$ -drift. Afin de comprendre la trajectoire des tempêtes, nous nous sommes placés selon le point de vue développé par Gilet et al. (2009), qui ont étudié la traversée d'un courant-jet zonal par une perturbation cyclonique dans un cadre barocline idéalisé. En travaillant dans un cadre idéalisé similaire, mais avec un écoulement de base plus proche des écoulements grande échelle réels, on a voulu comprendre comment le  $\beta$ -drift et les effets du champ de déformation de l'environnement grande échelle pouvaient se combiner pour soit accélérer, soit décélérer la traversée du courant-jet par les dépressions de surface. En outre, notre seconde motivation touchait à la question de la régénération des tempêtes juste après la traversée, qui n'a pas été approfondie jusqu'alors, l'analogie avec un jet streak (rapide de vent) ne suffisant pas à l'expliquer.

Notre travail est fondé sur des études numériques idéalisées menées d'abord dans un contexte barotrope (chapitre 2), puis dans un contexte barocline avec le modèle à deux couches de Phillips (1951) (chapitre 3). On a séparé l'écoulement total en un écoulement de base, maintenu stationnaire, et un écoulement perturbé. L'originalité de notre démarche par rapport à la plupart des études idéalisées menées jusqu'ici réside dans deux aspects. Le premier est le fait que l'écoulement de base soit maintenu stationnaire : on procède ainsi afin de modéliser l'écoulement basse fréquence de cas réels, qui évolue peu au cours du cycle de vie des dépressions. En outre, on s'intéresse à l'évolution de perturbations d'amplitude finie et non à la croissance de perturbations infinitésimales comme c'est souvent le cas. En effet, une approche en terme de modes linéaires ne permettrait pas de reproduire la traversée d'un écoulement grande échelle par une perturbation localisée. Dit autrement, c'est la phase de maturation des dépressions et non leur phase de genèse qui nous intéresse ici. Voici les principaux résultats de notre travail.

Dans le chapitre 2, on a travaillé avec un modèle barotrope quasi-géostrophique dans lequel on a étudié l'évolution de perturbations cycloniques (appelées cyclones ici) dans un écoulement de base qu'on a complexifié au fur et à mesure pour le rendre plus réaliste. Dans les simulations, l'effet  $\beta$  linéaire induit le développement d'un anticyclone à l'est du cyclone par dispersion d'énergie par génération d'ondes de Rossby, et qui s'apparente à la  $\beta$ -gyre anticyclonique telle qu'elle a été décrite dans le contexte des cyclones tropicaux et dans celui des tourbillons océaniques. Le  $\beta$ -drift se caractérise alors par l'interaction non linéaire du cyclone avec cet anticyclone (ils forment un dipôle de tourbillons cohérents), qui se traduit par un déplacement du cyclone vers le nord ou plus généralement le long du gradient de PV grande échelle.

En l'absence d'écoulement de base, le  $\beta$ -drift induit un déplacement du cyclone vers le nord-ouest (plan  $\beta$ ), et l'aspect nouveau et essentiel que l'on a mis en évidence est que l'étirement du cyclone selon une direction nord/sud accélère son déplacement vers le nord. En effet, on a montré que l'étirement dans une direction nord/sud favorise la génération d'onde de Rossby par l'effet  $\beta$  linéaire. En outre, l'anticyclone associé demeure alors à l'est du cyclone, ce qui est une position favorable au déplacement du cyclone vers le nord, et ce qui permet en plus à l'anticyclone de continuer à être renforcé par la génération d'onde de Rossby. Ces observations ont d'abord été faites en l'absence d'écoulement de base, en imposant initialement des cyclones déformés sous forme de structures elliptiques.

Dans le cas de la présence d'un écoulement de base, le champ de déformation effective, qui quantifie l'importance relative de la déformation et de la rotation de l'écoulement de base, permet d'estimer, en première approximation, la déformation des perturbations (notion introduite dans l'étude de cas réels de Rivière et Joly, 2006a). Cependant, dans le cas particulier d'un écoulement de base zonalement homogène et cisailé, il faut prendre en compte la vorticité du cyclone. On a montré, dans ce cas puis dans un écoulement possédant des cisaillements de vent uniformes, qu'on retrouve le lien entre l'étirement du cyclone, la force et la position de l'anticyclone associé et le déplacement non linéaire du cyclone vers le nord.

On a finalement extrapolé ce résultat au cas d'un courant-jet avec méandres : le champ de déformation effective est alors non homogène spatialement et proche de celui associé aux écoulements réels, et c'est alors le gradient de PV grande échelle qui compte et non plus seulement  $\beta$  (le confinement du jet crée un gradient de PV supplémentaire, en plus du gradient de vorticité planétaire). Pour confirmer le mécanisme mis en évidence dans des écoulements de base plus simples, on a notamment mené une étude statistique sur un certain nombre de cyclones initialisés au sud du courant-jet, et qui se déplacent perpendiculairement aux isolignes du PV grande échelle par le  $\beta$ -drift non linéaire. En outre, les mécanismes de déformation sont à l'origine de l'existence d'une zone privilégiée de traversée du courant-jet par les cyclones.

Gr ce à cette étude menée dans un cadre barotrope, on a ainsi identifié le mécanisme par lequel l'effet non linéaire du gradient de PV grande échelle (on pourrait parler de  $\beta$ -drift généralisé) et les effets du champ de déformation de l'environnement grande échelle se combinent pour accélérer ou décélérer la traversée du courant-jet par les

dépansions de surface. Ce travail a fait l'objet d'une première publication (Oruba et al., 2012). Devant la nécessité de prendre en compte l'interaction barocline qui caractérise les moyennes latitudes, on a poursuivi notre étude dans le cadre idéalisé du modèle à deux couches quasi-géostrophique de Phillips (1951) dans le chapitre 3. Notre but était notamment de généraliser à une atmosphère barocline le mécanisme de combinaison du  $\beta$ -drift et des effets de la déformation identifié dans le cadre barotrope.

Dans le cas d'un écoulement de base zonal et uniforme dans chaque couche, on a d'abord expliqué le rôle de la moyenne verticale du gradient de PV grande échelle (appelé aussi gradient de PV barotrope grande échelle) dans le déplacement du cyclone de surface. Ce rôle avait été mis en évidence par Gilet et al. (2009) dans le cadre d'un courant-jet zonal. Nous avons pu réinterpréter son résultat en remarquant qu'un gradient de PV grande échelle positif en moyenne verticale crée une asymétrie dans la dispersion d'énergie par génération d'onde de Rossby dans chaque couche, qui devient plus forte en altitude qu'en surface. Cela induit la formation d'un fort anticyclone d'altitude qui forme un dipôle avec le cyclone d'altitude associé. Ce dipôle d'altitude est alors responsable du déplacement du cyclone de surface vers le nord (autrement dit le long du gradient de PV barotrope grande échelle) par un effet non linéaire.

Ensuite, nous avons pris en considération les effets de la déformation, en définissant l'écoulement de base comme un courant-jet d'ouest avec méandres et instable du point de vue barocline. Le gradient méridien de PV grande échelle est alors positif en moyenne sur la verticale du fait de  $\beta$  et de la localisation du jet d'ouest : il induit un déplacement des cyclones de surface, initialisés au sud du courant-jet, vers le nord et dans la direction transverse au courant-jet. On a montré qu'un cyclone dans un environnement dominé par la déformation crée un anticyclone d'altitude plus fort (issu de la dispersion d'énergie par génération d'onde de Rossby en altitude) et se déplace perpendiculairement au courant-jet plus vite qu'un cyclone évoluant dans un environnement dominé par la rotation. Une étude statistique sur un certain nombre de cyclones, positionnés à différents endroits dans notre simulation, a confirmé cette tendance puisqu'elle a révélé une forte corrélation entre l'étirement du cyclone de surface, la force et la position de l'anticyclone d'altitude (qui s'avèrent liées) et la vitesse du déplacement du cyclone de surface perpendiculairement au courant-jet. Notons que les résultats obtenus dans le cadre barocline et présentés jusqu'ici font l'objet d'un second article, en cours de finalisation.

Enfin, on a montré l'émergence d'une seconde zone privilégiée de traversée du courant-jet par les cyclones de surface, en aval de celle mise en évidence dans le cadre barotrope. Pour certains paramètres de forme du courant-jet (mais pas tous), cette seconde zone semble coïncider avec le point selle du champ de déformation effective de l'écoulement grande échelle, tel qu'il est défini par Rivière et Joly (2006a), et où un certain nombre de tempêtes réelles semblent systématiquement traverser le jet. Une étude de la robustesse de cette seconde zone de traversée, en variant notamment les paramètres du jet et la distance au centre du jet des cyclones initiaux, s'avère nécessaire pour consolider et surtout comprendre son existence.

Il nous est apparu ensuite logique de nous intéresser non plus à la trajectoire du cyclone de surface au cours de sa traversée du courant-jet mais à sa force, à travers un

bilan énergétique local. L'une des motivations de notre travail était en effet de reproduire le cycle de vie énergétique de tempêtes réelles (notamment celui de la tempête de la POI17 de FASTEX) afin de comprendre leur régénération juste après la traversée du courant-jet. On a pu observer un renforcement du cyclone de surface, lorsqu'il est initialisé dans une région dominée par la déformation, juste après sa traversée du courant-jet au niveau de la seconde zone privilégiée, comme dans les cas réels. On l'explique par une relance des termes de conversion interne et de redistribution verticale juste après la traversée, mais le mécanisme exact n'est pas encore bien compris. Concernant le terme de conversion barotrope, on a reproduit l'évolution qualitative observée dans le cas réel de la POI17, avec une relance juste après la traversée à cause de la phase de contraction du cyclone de surface lorsque les axes de dilatation du jet changent de direction. Cependant, la conversion barotrope joue un rôle majeur dans la POI17, alors que sa contribution est négligeable dans notre étude avec un courant-jet méandré, tout comme elle l'était dans le cas du courant-jet zonal de l'étude de Gilet et al. (2009).

Certains aspects de ce travail nécessiteraient d'être approfondis : nous résumons ci-dessous ceux qui nous semblent les plus intéressants.

Nous avons vu dans le chapitre 3 que la question de l'existence de la zone privilégiée de traversée du courant-jet par les dépressions de surface au niveau du point selle du champ de déformation effective reste à approfondir. Il faudrait notamment réitérer notre étude statistique en faisant varier les paramètres du courant-jet et des perturbations cycloniques dans le modèle. En outre, le fait de complexifier le champ de déformation de l'écoulement de base par rapport au courant-jet zonal de l'étude de Gilet et al. (2009) a certes permis de reproduire le cycle de vie énergétique observé dans le cas réel de la POI17, mais l'effet de la dynamique barotrope reste négligeable par rapport à sa contribution lors de la POI17. Afin d'augmenter la contribution des effets barotropes dans le bilan énergétique, on pourrait essayer de complexifier encore davantage le courant-jet, en le confinant zonalement (en créant des zones de confluence/difffluence comme dans l'étude de Cai et Mak, 1990) par exemple, ce qui renforcerait le champ de déformation associé. On pourrait par ailleurs effectuer le bilan énergétique tel qu'il a été fait par Rivière et Joly (2006a) dans le cas de la POI17 dans d'autres cas réels de cyclogénèse, afin de disposer d'un ensemble d'exemples de cycles de vie énergétiques réels auxquels confronter nos résultats. Enfin, toujours dans l'idée de confronter nos résultats aux cas de cyclogénèse réels, on pourrait également vérifier la corrélation qu'on a mise en évidence entre l'étirement des dépressions de surface, la force de l'anticyclone d'altitude associé et la vitesse de traversée du courant-jet par la dépression de surface, en faisant des statistiques sur un certain nombre de situations réelles de cyclogénèse des moyennes latitudes.

Par ailleurs, comme nous l'avons évoqué dans la discussion du chapitre 2, on s'est restreint ici à l'étude de la cyclogénèse dans le cas d'un courant-jet stationnaire, cette stationnarité découlant d'un terme de forçage dans le modèle. Cela correspondrait, dans le contexte réel, à une situation de régime de temps bien établi (la notion de régime de temps a été introduite par Vautard, 1990, pour décrire les états quasi-stationnaires entre lesquels les courants-jets fluctuent). C'était notamment le cas sur l'océan Atlantique



Nord pendant les périodes de mi-février 1997 (POI17 de FASTEX) et de fin décembre 1999 (tempêtes Lothar et Martin), pendant lesquelles un régime zonal était bien établi (présence d'un jet zonal grande échelle, qui n'a presque pas évolué pendant près de trois semaines dans le cas de la POI17). Supprimer le terme de forçage dans notre modèle quasi-géostrophique pourrait nous permettre d'étudier la cyclogénèse pendant la phase de transition d'un régime de temps à un autre.

On pourrait s'interroger sur l'impact des effets diabatiques sur la traversée du courant-jet par les dépressions de surface des moyennes latitudes, que nous avons négligés dans le modèle. Certes, ils jouent un rôle moins important dans le développement des dépressions des latitudes moyennes (qui puisent leur énergie plutôt dans les gradients de température préexistants dans l'atmosphère) que dans celui des cyclones tropicaux (dont la source d'énergie principale est le dégagement de chaleur latente causé par la condensation de vapeur d'eau en altitude). Mais l'impact des processus diabatiques sur la cyclogénèse des moyennes latitudes est loin d'être négligeable. En témoigne l'étude de Wernli et al. (2002), qui ont montré que le concept "d'onde de Rossby diabatique", développé dans le cas d'écoulements atmosphériques très idéalisés par Parker et Thorpe (1995) notamment, permet d'interpréter la phase initiale de déplacement de Lothar. En outre, Wernli et al. (2002) ont également démontré le rôle joué par les effets diabatiques dans le développement de l'anomalie de PV à la tropopause conduisant à l'intensification de l'anomalie de surface (Lothar) par leur interaction mutuelle. Outre ces considérations de cas réels, il est légitime de penser que les effets diabatiques ont un impact sur la traversée du courant-jet par les dépressions de surface des moyennes latitudes parce qu'ils modifient le champ de PV perturbé, en créant notamment une anomalie négative d'altitude (anomalie anticyclonique au dessus de l'anomalie chaude). Or, on a montré dans cette thèse le rôle crucial joué par l'anticyclone d'altitude dans la trajectoire du tourbillon cyclonique de surface. On pourrait donc complexifier le modèle à deux couches pour prendre en compte ces effets diabatiques, en rajoutant une composante humide au modèle (voir Lapeyre et Held, 2004), et comparer les nouveaux résultats à ceux obtenus avec le modèle sec de notre étude.

Enfin, on pourrait prendre exemple sur certaines études numériques visant à reproduire un storm-track en moyenne climatologique. Pour cela, on créerait une zone de forte baroclinie, forcée par exemple par un gradient méridien de température, dans laquelle évolueraient des perturbations générées en amont de cette région par un forçage numérique. En séparant l'écoulement en ses composantes basse fréquence et haute fréquence, on pourrait mener des études de cas pour des régimes de temps donnés par exemple, en étudiant le cycle de vie d'un tourbillon particulier, mais aussi en faisant des statistiques sur les trajectoires des tourbillons pour le régime de temps considéré.



# Bibliographie

- Adem, J., 1956 : “A series solution for the barotropic vorticity equation and its application in the study of atmospheric vortices.” *Tellus*, 8, 364–372.
- et P. Lezama, 1960 : “On the motion of a cyclone embedded in a uniform flow.” *Tellus*, 12, 255–258.
- Alpert, P., 1989 : “Comments on "Relationship between cyclone tracks, anticyclone tracks and baroclinic waveguides"." *J. Atmos. Sci.*, 46, 3505–3507.
- Anthes, R. A. et J. E. Hoke, 1975 : “The effect of horizontal divergence and the latitudinal variation of the Coriolis parameter on the drift of a model hurricane.” *Mon. Wea. Rev.*, 103, 757–763.
- Ayrault, F. et A. Joly, 2000 : “Une nouvelle typologie des dépressions atmosphériques : classification des phases de maturation.” *Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Sciences de la terre et des planètes*, 330, 167–172.
- Baehr, Ch., B. Pouponneau, F. Ayrault, et A. Joly, 1999 : “Dynamical characterization and summary of the FASTEX cyclogenesis cases.” *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 125, 3469–3494.
- Bell, G. I. et L. J. Pratt, 1992 : “The interaction of an eddy with an unstable jet.” *J. Phys. Oceanogr.*, 22, 1229–1244.
- Bengtsson, L., K. I. Hodges, et E. Roeckner, 2006 : “Storm track and climate change.” *J. Climate*, 19, 3518–3543.
- Bjerknes, J., 1951 : *Extratropical cyclones. Compendium of Meteorology*, amer. meteor. soc. ed., T. F. Malone.
- et H. Solberg, 1922 : “Life cycle of cyclones and the polar front theory of atmospheric circulation.” *Geofys. Publ.*, 3, 1–18.
- et J. Holmboe, 1944 : “On the theory of cyclones.” *J. Meteor.*, 1, 1–22.
- Black, R. X. et R. M. Dole, 2000 : “Storm tracks and barotropic deformation in climate models.” *J. of Climate*, 13, 2712–2728.
- Blackmon, M. L., J. M. Wallace, N. C. Lau, et S. L. Mullen, 1977 : “An observational study of the Northern Hemisphere wintertime circulation.” *J. Atmos. Sci.*, 34, 1040–1053.

- Brand, S., C. A.; Buenafe, et H. D. Hamilton, 1981 : "Comparison of tropical cyclone motion and environmental steering." *Mon. Wea. Rev.*, 109, 908–909.
- Cai, M. et M. Mak, 1990 : "On the basis of regional cyclogenesis." *J. Atmos. Sci.*, 47, 1417–1442.
- Carnevale, G. F., G. K. Vallis, R. Purini, et M. Briscolini, 1988 : "Propagation of barotropic modons over topography." *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 41, 45–101.
- , R. C. Kloosterziel, et G. J. F. Van Heijst, 1991 : "Propagation of barotropic vortices over topography in a rotating tank." *J. Fluid Mech.*, 233, 119–139.
- Carr, L. E. et T. Williams, 1989 : "Barotropic vortex stability to perturbations from axisymmetry." *J. Atmos. Sci.*, 46 (20) : 3177–3191.
- Chaboureaud, J.-P., F. Pantillon, D. Lambert, E. Richard, et C. Claud, 2011 : "Tropical transition of a Mediterranean storm by jet crossing." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 138, 596–611.
- Chan, J. C. L. et R. T. Williams, 1987 : "Analytical and numerical studies of the beta-effect in tropical cyclone motion. Part I : zero mean flow." *J. Atmos. Sci.*, 44 (9) : 1257–1265.
- et W. M. Gray, 1982 : "Tropical cyclone movement and surrounding flow relationships." *Mon. Wea. Rev.*, 110, 1354–1374.
- Charney, J., 1947 : "The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current." *J. Meteor.*, 4 (5) : 135–162.
- Chelton, D. B., M. G. Schlax, R. M. Samelson, et R. A. de Szoeke, 2007 : "Global observations of large oceanic eddies." *Geophys. Res. Lett.*, 34.
- Clark, A. J., C. J. Schaffer, W. A. Gallus, et K. Johnson-O'Mara, 2009 : "Climatology of storm reports relative to upper-level jet streaks." *Weather and Forecasting*, 24, 1032–1051.
- Davies, H. C., Ch. Schär, et H. Wernli, 1991 : "The palette of fronts and cyclones within a baroclinic wave development." *J. Atmos. Sci.*, 48 (14) : 1666–1689.
- et C. H. Bishop, 1994 : "Eady edge waves and rapid development." *J. Atmos. Sci.*, 51, 1930–1946.
- DeMaria, M., 1985 : "Tropical cyclone motion in a nondivergent barotropic model." *Mon. Wea. Rev.*, 113, 1199–1210.
- Descamps, L., D. Ricard, A. Joly, et P. Arbogast, 2007 : "Is a real cyclogenesis case explained by generalized linear baroclinic instability?" *J. Atmos. Sci.*, 64 (12) : 4287–4308.
- Dritschel, D. G., 1990 : "The stability of elliptical vortices in an external straining flow." *J. Fluid Mech.*, 210, 223–261.

- Eady, E. T., 1949 : “Long waves and cyclone waves.” *Tellus*, 1, 33–52.
- Farrell, B., 1983 : “Modal and non-modal baroclinic waves.” *J. Atmos. Sci.*, 41 (4) : 668–673.
- , 1987 : “Developing disturbances in shear.” *J. Atmos. Sci.*, 44 (16) : 2191–2199.
- , 1989a : “Optimal excitation of baroclinic waves.” *J. Atmos. Sci.*, 46, 1193–1206.
- , 1989b : “Transient development in confluent and diffluent flow.” *J. Atmos. Sci.*, 46 (21) : 3279–3288.
- Fink, A. H., T. Brücher, V. Ermert, A. Krüger, et J. G. Pinto, 2009 : “The European storm Kyrill in January 2007 : synoptic evolution, meteorological impacts and some considerations with respect to climate change.” *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 9, 405–423.
- Fiorino, M. et R. L. Elsberry, 1989a : “Contributions to tropical cyclone motion by small, medium and large scales in the initial vortex.” *Mon. Wea. Rev.*, 117, 721–727.
- et ———, 1989b : “Some aspects of vortex structure related to tropical cyclone motion.” *J. Atmos. Sci.*, 46 (7) : 975–990.
- Firing, E., 1976 : “The behavior of a barotropic eddy on a  $\beta$ -plane.” *J. Phys. Oceanogr.*, 6, 57–65.
- Flatau, M., 1994 : “The role of baroclinic processes in tropical cyclone motion : the influence of vertical tilt.” *J. Atmos. Sci.*, 51 (18) : 2589–2601.
- Flierl, G. R., 1977 : “The application of linear quasigeostrophic dynamics to Gulf Stream Rings.” *J. Atmos. Sci.*, 7, 365–379.
- Flor, J.-B. et I. Eames, 2002 : “Dynamics of monopolar vortices on a topographic beta-plane.” *J. Fluid Mech.*, 456, 353–376.
- George, J. E. et W. M. Gray, 1976 : “Tropical cyclone motion and surrounding parameter relationships.” *J. Appl. Meteor.*, 15, 1252–1264.
- Gilet, J.-B., M. Plu, et G. Rivière, 2009 : “Nonlinear baroclinic dynamics of a surface cyclone crossing a zonal jet.” *J. Atmos. Sci.*, 66, 3021–3041.
- Heifetz, E., C. H. Bishop, B. J. Hoskins, et J. Methven, 2006 : “The counter-propagating Rossby-wave perspective on baroclinic instability. I : Mathematical basis.” *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 130 (596) : 211–231.
- Holland, G. J., 1983 : “Tropical cyclone motion : environmental interaction plus a beta effect.” *J. Atmos. Sci.*, 40, 328–342.
- , 1984 : “Tropical cyclone motion : a comparison of theory and observation.” *J. Atmos. Sci.*, 41 (1) : 68–75.

- Hoskins, B. J. et F. P. Bretherton, 1972 : "Atmospheric frontogenesis models : mathematical formulation and solution." *J. Atmos. Sci.*, 29, 11–37.
- et K. I. Hodges, 2002 : "New perspectives on the Northern Hemisphere winter storm tracks." *J. Atmos. Sci.*, 59, 1041–1061.
- , H. H. Hsu, I. N. James, M. Masutani, P. D. Sardeshmukh, et G. H. White, 1989 : "Diagnostics of the global atmospheric circulation based on ECMWF analyses 1979-1989." *WCRP-27, WMO/TD-No. 326*.
- , I. Draghici, et H. C. Davies, 1978 : "A new look of the  $\omega$ -equation." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 104, 31–38.
- , M. E. McIntyre, et A. W. Robertson, 1985 : "On the use and significance of isentropic potential vorticity maps." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 111 (470) : 877–946.
- James, I.N., 1987 : "Suppression of baroclinic instability in horizontally sheared flows." *J. Atmos. Sci.*, 44 (24) : 3710–3720.
- Jones, S. C., 1995 : "The evolution of vortices in vertical shear. I : Initially barotropic vortices." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 121, 821–851.
- , 2000a : "The evolution of vortices in vertical shear. II : Large-scale asymmetries." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 3137–3159.
- , 2000b : "The evolution of vortices in vertical shear. III : Baroclinic vortices." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 3161–3185.
- Kasahara, A., 1957 : "The numerical prediction of hurricane movement with the barotropic model." *J. Meteor.*, 14, 386–402.
- et G. W. Platzman, 1963 : "Interaction of a hurricane with the steering flow and its effect upon the hurricane trajectory." *Tellus*, 15, 321–335.
- Kida, S., 1981 : "Motion of an elliptic vortex in a uniform shear flow." *J. Phys. Soc. Jap.*, 50, 3517–3520.
- Kocin, P. J. et L. W. Uccellini, 1990 : "Snowstorms along the North-eastern coast of the United States : 1955 to 1985." *Meteor. Monogr., Amer. Meteor. Soc.*, 22 (44).
- Kuo, H. L., 1949 : "Dynamic instability of two-dimensional nondivergent flow in a barotropic atmosphere." *J. Meteor.*, 6, 105–122.
- , 1950 : "The motion of atmospheric vortices and the general circulation." *J. Meteor.*, 7, 247–258.
- , 1969 : "Motions of vortices and circulating cylinder in shear flow with friction." *J. Atmos. Sci.*, 26, 390–398.
- Lacarra, J. F. et O. Talagrand, 1988 : "Short-range evolution of small perturbations in a barotropic model." *Tellus*, 40A, 81–95.

- Lapeyre, G., 2000 : "Topologie du mélange dans un fluide turbulent géophysique." Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- et I. M. Held, 2004 : "The role of moisture in the dynamics and energetics of turbulent baroclinic eddies." *J. Atmos. Sci.*, 61, 1693–1710.
- , P. Klein, et B.L. Hua, 1999 : "Does the traceur gradient vector align with the strain eigenvectors in 2D turbulence?" *Phys. Fluids*, 11, 3729–3737.
- Lee, S., 2000 : "Barotropic effects on atmospheric storm tracks." *J. Atmos. Sci.*, 57, 1420–1435.
- Legras, B. et D. Dritschel, 1993 : "Vortex stripping and the generation of high vorticity gradients in two-dimensional flows." *Applied Scientific Research*, 51, 445–455.
- Li, X. et B. Wang, 1994 : "Barotropic dynamics of the beta gyres and beta drift." *J. Atmos. Sci.*, 51 (5) : 746–756.
- et ———, 1996 : "Acceleration of the hurricane Beta drift by shearstrain rate of an environmental flow." *J. Atmos. Sci.*, 53, 327–334.
- Lin, S. J. et R. T. Pierrehumbert, 1993 : "Is the midlatitude zonal flow absolutely unstable." *J. Atmos. Sci.*, 50 (4) : 505–517.
- Lorenz, E. N., 1955 : "Available Potential Energy and the Maintenance of the General Circulation." *Tellus*, 7 (2) : 157–167.
- McWilliams, J.C. et G.R. Flierl, 1979 : "On the evolution of isolated nonlinear vortices." *J. Phys. Oceanogr.*, 9, 1155–1182.
- Merkine, L., 1977 : "Convective and absolute instability of baroclinic eddies." *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 41 (14) : 129–157.
- Mied, R. P. et G. J. Lindemann, 1979 : "The propagation and evolution of cyclonic gulf stream rings." *J. Phys. Oceanogr.*, 9, 1183–1206.
- Morel, Y. G., 1995 : "The influence of an upper thermocline current on intrathermocline eddies." *J. Phys. Oceanogr.*, 25, 3247–3252.
- et J. C. McWilliams, 1997 : "Evolution of isolated vortices in the ocean." *J. Phys. Oceanogr.*, 27, 727–748.
- Morrow, R., F. Birol, D. Griffin, et J. Sudre, 2004 : "Divergent pathways of cyclonic and anti-cyclonic ocean eddies." *Geophys. Res. Lett.*, 31.
- Okubo, A., 1970 : "Horizontal dispersion of floatable pArticles in the vicinity of velocity singularity such as convergences." *Deep-Sea Res.*, 17, 445–454.
- Orlanski, I., 1968 : "Instability of frontal waves." *J. Atmos. Sci.*, 25, 178–200.

- Orr, W. M. F., 1907 : “Stability or instability of the steady motions of a perfect liquid.” *Proc. Roy. Irish Acad.*, 27, 9–69.
- Oruba, L., G. Lapeyre, et G. Rivière, 2012 : “On the Northward Motion of Midlatitudes Cyclones in a Barotropic Meandering Jet.” *J. Atmos. Sci.*, 69, 1793–1810.
- Paireau, O., P. Tabeling, et B. Legras, 1997 : “A vortex subjected to a shear : an experimental study.” *J. Fluid Mech.*, 351, 1–16.
- Parker, D. J. et A. J. Thorpe, 1995 : “Conditional convection heating in a baroclinic atmosphere : a model of convective frontogenesis.” *J. Atmos. Sci.*, 52, 1699–1711.
- Petterssen, S. et S.J. Smebye, 1971 : “On the development of extratropical cyclones.” *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 97, 457–482.
- Phillips, N., 1951 : “A simple three-dimensional model for the study of large-scale extratropical flow patterns.” *J. Meteor.*, 8, 381–394.
- Pierrehumbert, R. T., 1984 : “Local and global instability of zonally varying flow.” *J. Atmos. Sci.*, 41 (14) : 2141–2162.
- Pinto, J. G., S. Zacharias, A. H. Fink, G. C. Leckebush, et U. Ulbricht, 2009 : “Factors contributing to the development of extreme North Atlantic cyclones and their relationship with the NAO.” *Clim. Dyn.*, 32, 711–737.
- Reznik, G. et Z. Kizner, 2007 : “Two-layer quasi-geostrophic singular vortices embedded in a regular flow. Part 2. Steady and unsteady drift of individual vortices on a beta-plane.” *J. Fluid Mech.*, 584, 203–223.
- Riehl, H. et al, 1952 : “Forecasting in middle latitudes.” *Meteor. Monogr., Amer. Meteor. Soc.*, 1 (5).
- Rivière, G., 2008 : “Barotropic regeneration of upper-level synoptic disturbances in different configurations of the zonal weather regime.” *J. Atmos. Sci.*, 65, 3159–3178.
- et A. Joly, 2006a : “Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part I : barotropic critical region.” *J. Atmos. Sci.*, 63 (8) : 1965–1981.
- et ———, 2006b : “Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part II : baroclinic critical region.” *J. Atmos. Sci.*, 63 (8) : 1982–1995.
- , P. Arbogast, G. Lapeyre, et K. Maynard, 2012 : “A potential vorticity perspective on the motion of a mid-latitude winter storm.” *Geophys. Res. Lett.*, 39.
- , P. L. Hua, et P. Klein, 2003a : “Perturbation growth in terms of baroclinic alignment properties.” *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 130, 1655–1673.
- , ———, et ———, 2003b : “Perturbation growth in terms of barotropic alignment properties.” *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 129, 2613–2635.



- Rossby, C. G., 1948 : "On displacements and intensity changes of atmospheric vortices." *J. Marine. Res.*, 7, 157–187.
- Sanders, F., 1988 : "Life history of mobile troughs in the upper westerlies." *Mon. Wea. Rev.*, 116, 2629–2648.
- Scheck, L. et S. C. Jones, 2011a : "The resonant interaction of a tropical cyclone and a tropopause front in a barotropic model. Part I : zonally oriented front." *J. Atmos. Sci.*, 68, 405–419.
- et ———, 2011b : "The resonant interaction of a tropical cyclone and a tropopause front in a barotropic model. Part II : frontal waves." *J. Atmos. Sci.*, 68, 420–429.
- Schultz, D.M., D. Keyser, et L.F. Bosart, 1998 : "The effect of large-scale flow on low-level frontal structure and evolution in midlatitude cyclones." *Mon. Wea. Rev.*, 126, 1767–1791.
- et F. Sanders, 2002 : "Upper-level frontogenesis associated with the birth of mobile troughs in northwesterly flow." *Mon. Wea. Rev.*, 126, 1767–1791.
- Shapiro, L. J., 1992 : "Hurricane vortex motion and evolution in a three-layer model." *J. Atmos. Sci.*, 49 (2) : 140–153.
- et K. V. Ooyama, 1990 : "Barotropic vortex evolution on a beta plane." *J. Atmos. Sci.*, 47 (2) : 170–187.
- Shapiro, M. A. et D. Keyser, 1990 : *Fronts, jet streams and the tropopause. Extratropical cyclones. The Erik Palmén Memorial Volume, chapter 10*, Newton and Holopainen ed., Amer. Meteor. Soc.
- , H. Wernli, J.-W. Bao, J. Methven, X. Zou, J. Doyle, T. Holt, E. Donnell-Grell, et P. Neiman, 1999 : *A planetary-scale to mesoscale perspective of the life cycles of extratropical cyclones : the bridge between theory and observations. The life cycles of extratropical cyclones*, Shapiro and Gronas ed., Amer. Meteor. Soc.
- Simmons, A. J. et B. J. Hoskins, 1978 : "The life cycles of some nonlinear baroclinic waves." *J. Atmos. Sci.*, 35, 414–432.
- et ———, 1980 : "Barotropic influences on the growth and decay of nonlinear baroclinic waves." *J. Atmos. Sci.*, 37, 1679–1684.
- Smith, D. C. et G. P. Davis, 1989 : "A numerical study of eddy interaction with an ocean jet." *J. Phys. Oceanogr.*, 19, 975–986.
- Smith, R. K., 1991 : "An analytic theory of tropical-cyclone motion in a barotropic shear flow." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 117, 685–714.
- Stegner, A. et V. Zeitlin, 1998 : "From quasi-geostrophic to strongly nonlinear monopolar vortices in a paraboloidal shallow-water-layer experiment." *J. Fluid Mech.*, 356, 1–24.

- Stern, M. E. et G. R. Flierl, 1987 : "On the interaction of a vortex in a shear flow." *J. Geophys. Res.*, 92 (C10) : 10 733–10 744.
- Sutyrin, G. et G. R. Flierl, 1994 : "Intense vortex motion on the beta plane : development of the beta gyres." *J. Atmos. Sci.*, 51 (5) : 773–790.
- et Y. G. Morel, 1997 : "Intense vortex motion in a stratified fluid on the beta-plane : an analytical theory and its validation." *J. Fluid Mech.*, 336, 203–220.
- Thorncroft, C. D., B. J. Hoskins, et M.E. McIntyre, 1993 : "Two paradigms of baroclinic-wave life-cycle behaviour." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 119, 17–55.
- Trieling, R. R., J. M. A. Wesenbeeck, et G. J. F. van Heijst, 1998 : "Dipolar vortices in a strain flow." *Phys. Fluids*, 10, 144–159.
- Uccellini, L. W., 1979 : "The coupling of upper and lower tropospheric jet streaks and implications for the development of severe convective storms." *Mon. Wea. Rev.*, 107, 682–703.
- , 1990 : *Processes contributing to the rapid development of extratropical cyclones. Extratropical cyclones. The Erik Palmen Memorial Volume, chapter 6*, newton and holopainen ed., Amer. Meteor. Soc.
- Ulbricht, U., A. H. Fink, M. Klawe, et J. G. Pinto, 2001 : "Three extreme storms over Europe in December 1999." *Weather*, 56, 70–80.
- Ulrich, W. et R. K. Smith, 1991 : "A numerical study of tropical cyclone motion using a barotropic model. II : Motion in spatially-varying large-scale flows." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 117, 107–124.
- Vandermeirsch, F. O., X. J. Carton, et Y. G. Morel, 2003a : "Interaction between an eddy and a zonal jet. Part I. One-and-a-half-layer model." *Dynam. Atmos. Oceans*, 36, 247–270.
- , ———, et ———, 2003b : "Interaction between an eddy and a zonal jet. Part II. Two-and-a-half-layer model." *Dynam. Atmos. Oceans*, 36, 271–296.
- , Y. G. Morel, et G. Sutyrin, 2001 : "The net advective effect of a vertically sheared current on a coherent vortex." *J. Phys. Oceanogr.*, 31, 2210–2225.
- Vautard, R., 1990 : "Multiple weather regimes over the North Atlantic : analysis of precursors and successors." *Mon. Wea. Rev.*, 118, 2056–2081.
- Wallace, J.M., G.-H. Lim, et M.L. Blackmon, 1988 : "Relationship between cyclone tracks, anticyclone tracks and baroclinic waveguides." *J. Atmos. Sci.*, 45 (3) : 439–462.
- Wang, B. et G. J. Holland, 1996 : "The beta drift of baroclinic vortices. Part I : adiabatic vortices." *J. Atmos. Sci.*, 53 (3) : 411–427.

- \_\_\_\_\_ et X. Li, 1992 : "The beta drift of three-dimensional vortices : a numerical study." *Mon. Wea. Rev.*, 120, 579–593.
- \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_, 1995 : "Propagation of a tropical cyclone in a meridionally varying zonal flow : an energetics analysis." *J. Atmos. Sci.*, 52, 1421–1433.
- \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_, 1997 : "Direction of hurricane Beta drift in horizontally sheared flows." *J. Atmos. Sci.*, 54, 1462–1471.
- Weiss, J., "The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics." Technical Report LJI-TN-121ss, La Jolla Inst., La Jolla, California, USA 1981.
- Wernli, H., 1995 : "Lagrangian perspective of extratropical cyclogenesis." Thèse de doctorat, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich.
- \_\_\_\_\_, R. Fehlmann, et D. Luthi, 1998 : "The effect of barotropic shear on upper-level induced cyclogenesis : semigeostrophic and primitive equation numerical simulations." *J. Atmos. Sci.*, 55, 2080–2094.
- \_\_\_\_\_, S. Dirren, M. A. Liniger, et M. Zillig, 2002 : "Dynamical aspects of the life cycle of the winter storm Lothar (24-26 December 1999)." *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 128, 405–429.
- Whitacker, J. S. et A. Barcilon, 1992 : "Type B cyclogenesis in a zonally varying flow." *J. Atmos. Sci.*, 49 (20) : 1877–1892.
- Williams, R. T. et J. C. L. Chan, 1994 : "Numerical studies of the Beta effect in tropical cyclone motion. Part II : zonal mean flow effect." *J. Atmos. Sci.*, 51, 1065–1076.
- Wu, C-C et K. A. Emanuel, 1993 : "Interaction of a baroclinic vortex with background shear : application to hurricane movement." *J. Atmos. Sci.*, 50 (1) : 62–76.
- Yamagata, T., 1976 : "On trajectories of Rossby Wave-packets released in a lateral shear flow." *J. Oc. Soc. Japan*, 32, 162–168.